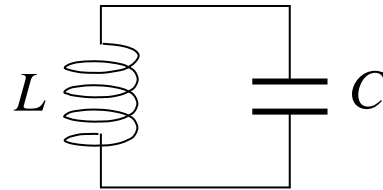
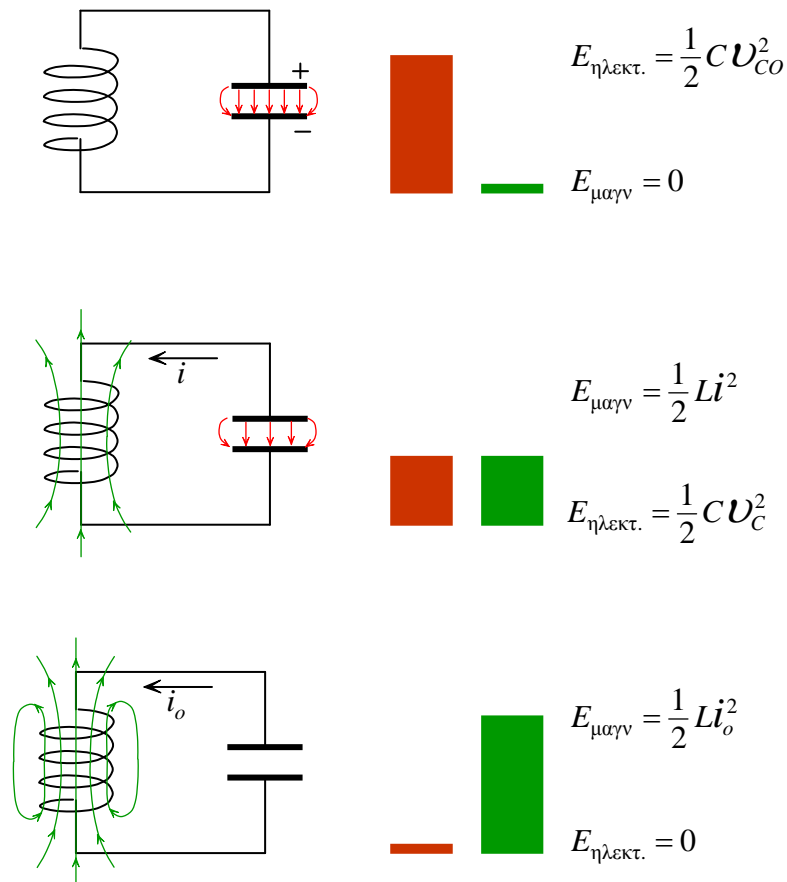


Ηλεκτρικές ταλαντώσεις - Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Ηλεκτρικό κύκλωμα το οποίο αποτελείται από πυκνωτή και πηνίο καλείται *κύκλωμα Thomson*.



Ελεύθερη ταλάντωση κυκλώματος Thomson

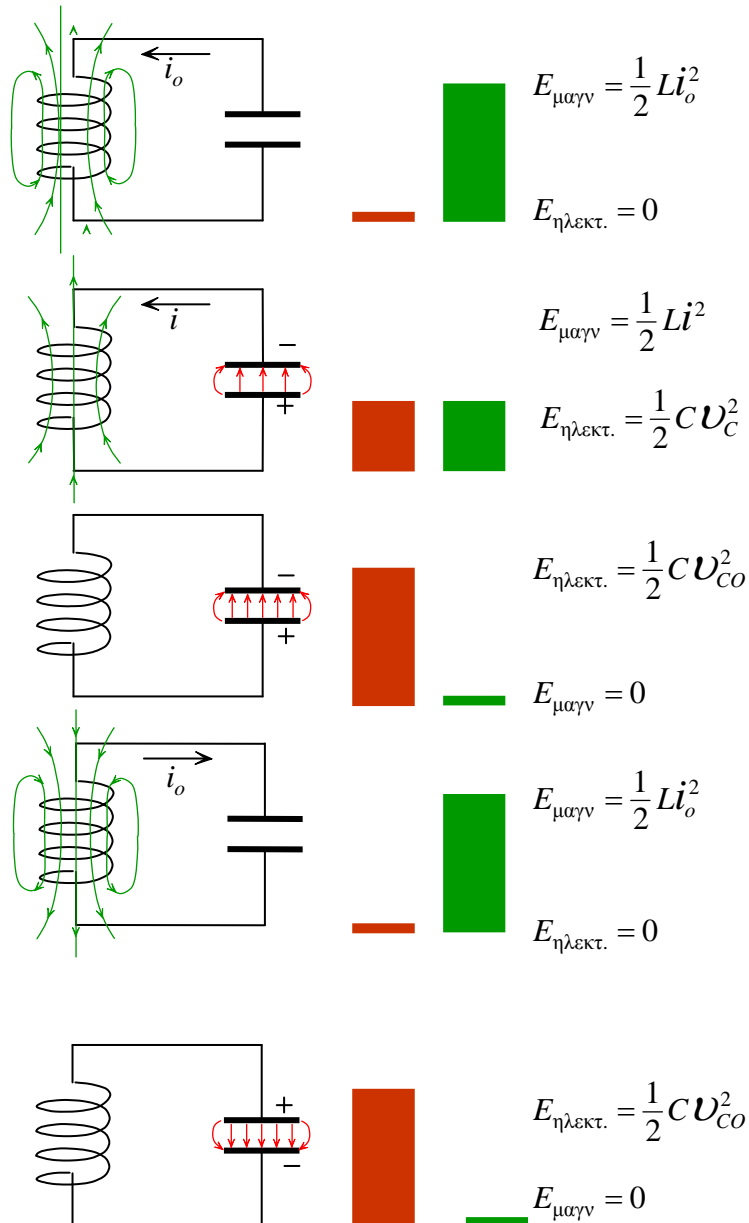


Αν φορτίσουμε τον πυκνωτή σε τάση U_{C0} τότε θα σχηματιστεί στο χώρο μεταξύ των οπλισμών του ηλεκτρικό πεδίο του οποίου η ενέργεια είναι $E_{\text{ηλεκτ.}}$.

Ο πυκνωτής θα εκφορτίζεται μέσω του πηνίου το οποίο θα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και έτσι παράγεται, στο πηνίο, μαγνητικό πεδίο.

Κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου ελαττώνεται ενώ αυξάνεται η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου.

Στο τέλος της φάσης αυτής, αν θεωρήσουμε ότι δεν έχουμε απώλειες, η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου έχει μετατραπεί σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου η οποία είναι $E_{\text{μαγν.}}$.



Το κύκλωμα θα συνεχίσει να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και μετά την πλήρη εκφόρτιση του πυκνωτή.

Ο πυκνωτής θα φορτίζεται με αντίθετη πολικότητα. Στη φάση αυτή η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου αυξάνεται σε βάρος της ενέργεια του μαγνητικού πεδίου.

Στο τέλος της φάσης αυτή ο πυκνωτής θα έχει φορτιστεί με αντίθετη πολικότητα της αρχικής.

Το φαινόμενο θα επαναλαμβάνεται κατά αντίθετη φορά.

Το κύκλωμα Thomson εκτελεί **ηλεκτρική ταλάντωση**. Κατά την ταλάντωση γίνεται περιοδική μετατροπή της ηλεκτρικής ενέργειας σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου και αντίστροφα.

Θεωρητική μελέτη των ταλαντώσεων

Εξετάζεται ένα πραγματικό κύκλωμα Thomson, δηλαδή, ένα κύκλωμα του οποίου η ωμική αντίσταση δεν είναι αμελητέα. Ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff $v_R + v_C + v_L = 0$ δίνει

$$\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{LC} v_C(t) = 0$$

Με τη βοήθεια του μονόπλευρο μετασχηματισμό Laplace βρίσκουμε την έκφραση της διαφοράς δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή

$$v_C(t) = v_{C0} e^{-\delta t} \cos(\omega_o t) u(t)$$

όπου η κυκλική συχνότητα ω_o είναι

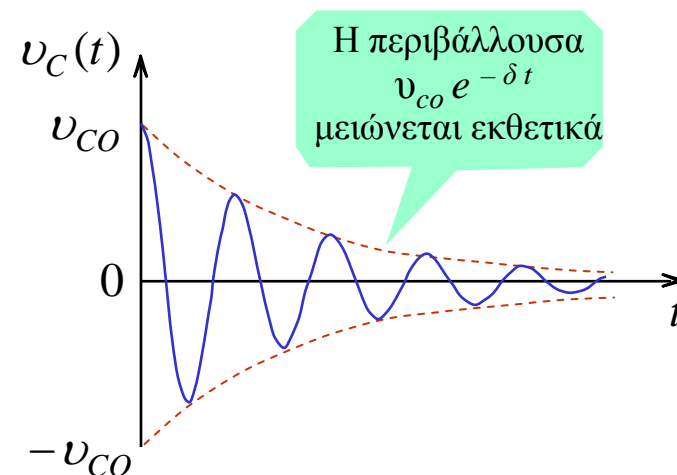
$$\omega_o = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

και η σταθερά απόσβεσης δ είναι

$$\delta = \frac{R}{2L}$$

Η ένταση του ρεύματος είναι

$$i(t) = i_0 e^{-\delta t} \sin(\omega_o t) u(t)$$



Φθίνουσα ταλάντωση της τάσης του πυκνωτή.

Παρατηρούμε ότι η τάση στα άκρα του πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα στην γενική περίπτωση στην οποία η ωμική αντίσταση δεν είναι αμελητέα είναι μία φθίνουσα αρμονική ταλάντωση

Με άλλα λόγια η ταλάντωση την οποία εκτελεί ένα πραγματικό κύκλωμα Thomson είναι φθίνουσα αρμονική ταλάντωση δεδομένου ότι έχουμε μετατροπή της ενέργειας των ταλαντώσεων σε άλλες μορφές ενέργειας, θερμότητα, ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Στην περίπτωση όπου η ωμική αντίσταση R είναι αμελητέα οι εξισώσεις δίνουν

$$i(t) = i_0 \sin(\omega_0 t) u(t) \qquad v_C(t) = v_{C0} \cos(\omega_0 t) u(t)$$

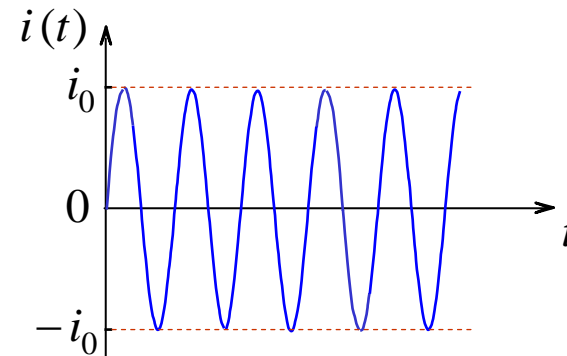
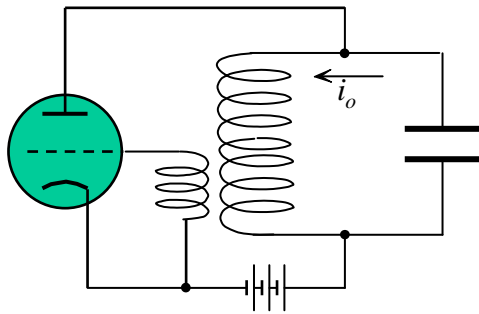
Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή μεταβάλλονται ημιτονοειδώς και παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\pi/2$, δηλαδή, η τάση μηδενίζεται όταν η ένταση του ρεύματος έχει την μέγιστη τιμή της.

Η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης ενός κυκλώματος Thomson, όταν η ωμική του αντίσταση είναι αμελητέα είναι

$$T_o = 2\pi\sqrt{LC}$$

Παραγωγή αμείωτων ταλαντώσεων - Ανάδραση

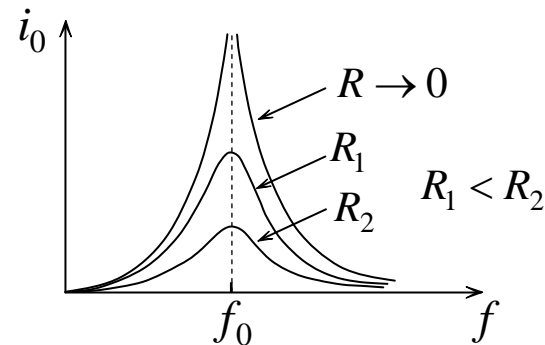
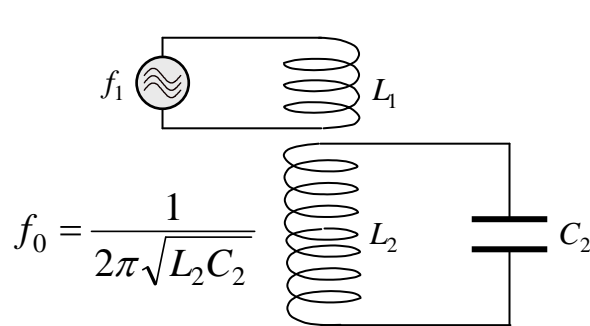
Για να εκτελεί το κύκλωμα Thomson αμείωτη αρμονική ταλάντωση πρέπει μέσω συστήματος ανάδρασης να προσφέρεται ενέργεια ίση με τη ενέργεια που χάνεται λόγω απωλειών.



Διάταξη παραγωγής αμείωτων ταλαντώσεων (αρχή).

Εξαναγκασμένη ταλάντωση του κυκλώματος Thomson

Πηνίο L_1 το οποίο βρίσκεται σε επαγωγική σύζευξη με το πηνίο κυκλώματος Thomson διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα συχνότητας f_1 . Στο πηνίο του κυκλώματος Thomson αναπτύσσεται λόγω του φαινομένου της επαγωγής ηλεκτρεγερτική δύναμη και έτσι το κύκλωμα Thomson κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση.



Καμπύλες συντονισμού

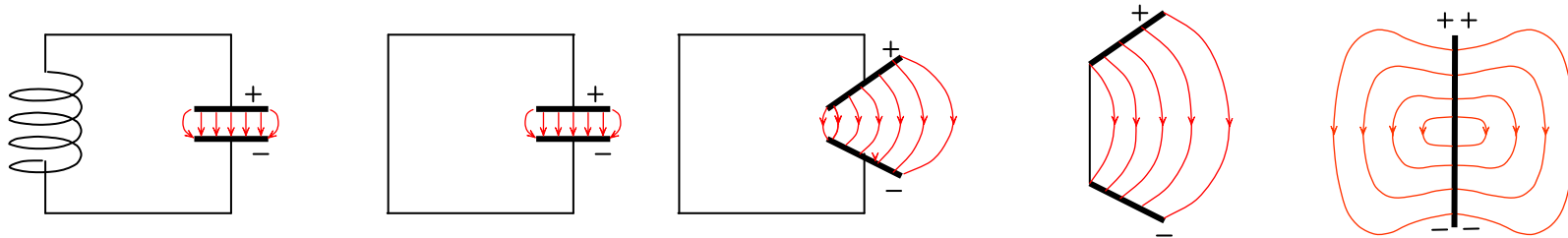
Το πλάτος των ταλαντώσεων του κυκλώματος Thomson θα εξαρτάται από την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος η οποία είναι δυνατό να μεταβάλλεται με τη βοήθεια μεταβλητού πυκνωτή. Η μέγιστη τιμή του πλάτους των ηλεκτρικών ταλαντώσεων επιτυγχάνεται όταν η συχνότητα διεγέρσεων f_1 είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 του κυκλώματος. Στη περίπτωση αυτή λέμε ότι έχουμε **συντονισμό**.

Η **οξύτητα** του συντονισμού εξαρτάται από την απόσβεση του κυκλώματος Thomson.

Παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο

Εάν το πηνίο ενός κυκλώματος Thomson αντικατασταθεί από ένα απλό αγωγό το κύκλωμα που θα προκύψει δεν μεταβάλλει ιδιότητας, η μόνη αλλαγή είναι η αύξηση της ιδιοσυχνότητας των ηλεκτρικών ταλαντώσεων η οποία οφείλεται στο μικρό συντελεστή αυτεπαγωγής του απλού αγωγού.

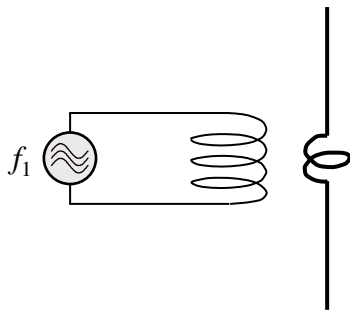
Εάν στη συνέχεια απομακρύνονται, βαθμηδόν, οι σπλισμοί του πυκνωτή και συγχρόνως ελαττώνεται το εμβαδό τους καταλήγουμε στο **ανοικτό κύκλωμα Thomson**.



Στο Σχήμα αποδίδεται η τροποποίηση του ηλεκτρικού πεδίου του κλειστού κυκλώματος Thomson.

Η ακρότατη μορφή του ανοικτού κυκλώματος είναι ένα ευθύ σύρμα του οποίου η χωρητικότητα είναι η φυσική χωρητικότητα του σύρματος.

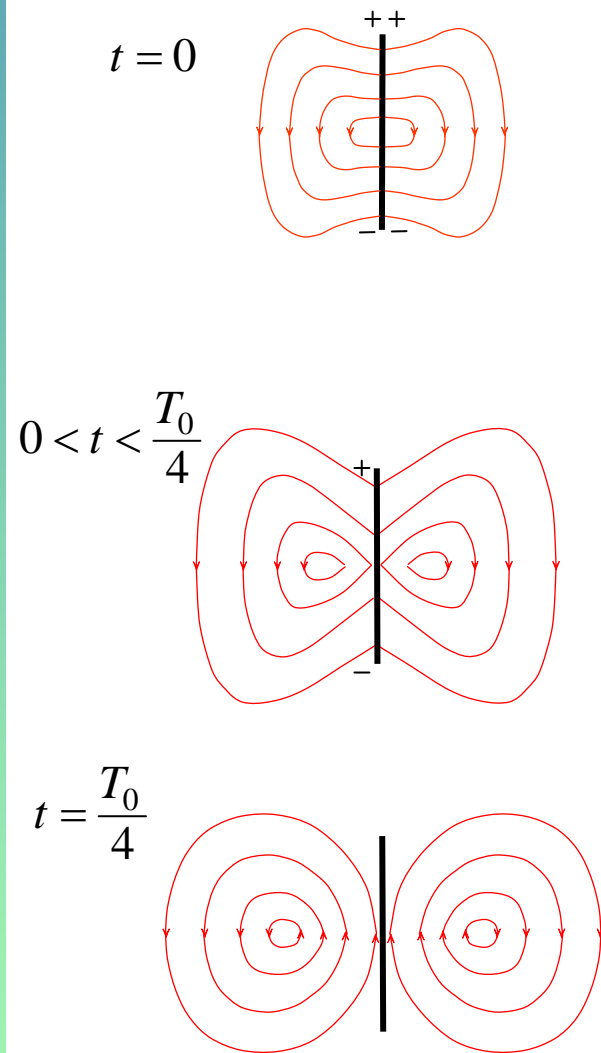
Εάν το ανοικτό τούτο κύκλωμα βρεθεί σε επαγωγική σύζευξη με διάταξη η οποία παράγει ηλεκτρικές ταλαντώσεις, κατάλληλης συχνότητας, θα αρχίσει να πάλλεται, όπως ακριβώς πάλλεται το κλειστό κύκλωμα Thomson. Κατά την ταλάντωση αυτή κάθε μισό του σύρματος φορτίζεται εναλλάξ με αντίθετα φορτία.



Ανοικτό κύκλωμα Thomson, υπό μορφή ευθύγραμμου σύρματος έχει επικρατήσει να ονομάζεται *παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο*.

Στη συνέχεια θα εξεταστεί το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο, τα οποία σχηματίζονται στο χώρο στο οποίο βρίσκεται ένα παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο.

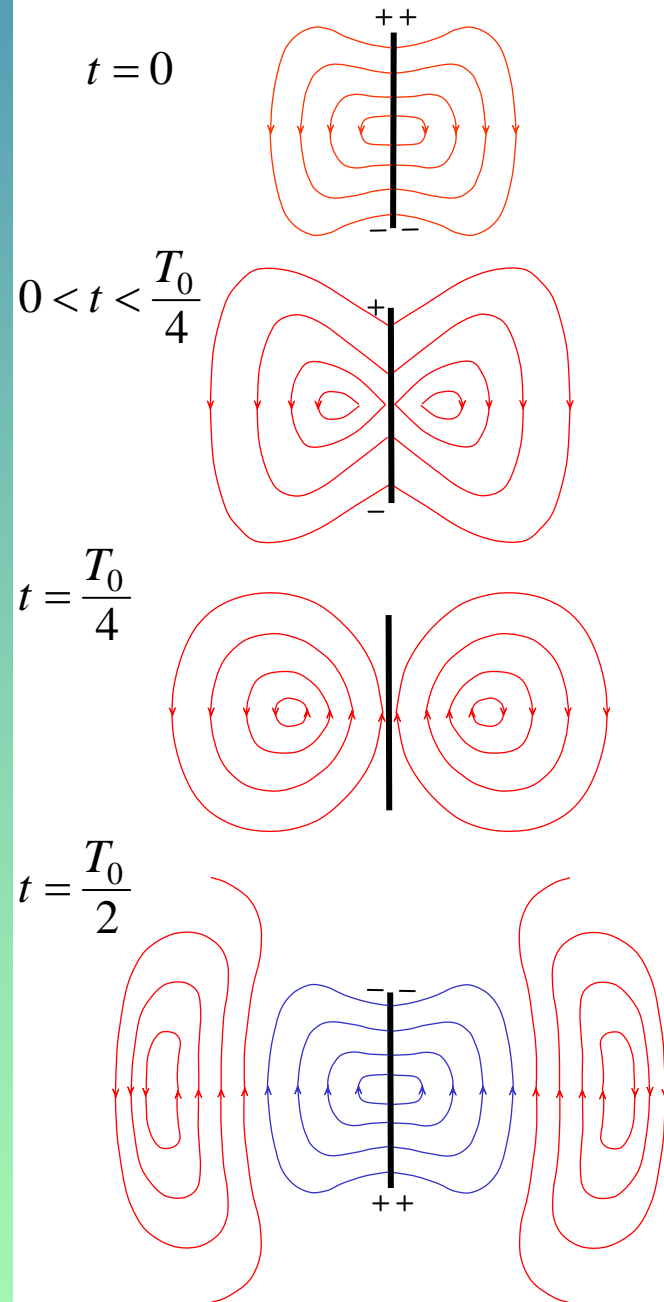
Ηλεκτρικό πεδίο



Θεωρούμε το δίπολο σε μία ορισμένη χρονική στιγμή κατά την οποία το πάνω άκρο έχει το μέγιστο θετικό ηλεκτρικό φορτίο και το κάτω το μέγιστο αρνητικό. Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές ξεκινούν από τα θετικά φορτία και καταλήγουν στα αρνητικά.

Στη συνέχεια καθώς τα ηλεκτρικά φορτία στα δύο άκρα του αγωγού ελαττώνονται λόγω του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό το ηλεκτρικό πεδίο γίνεται ασθενέστερο. Για το λόγο αυτό ενώ αρχικά από το πάνω μισό του αγωγού ξεκινούν οκτώ ηλεκτρικές γραμμές έχουμε συνεχή ελάττωση.

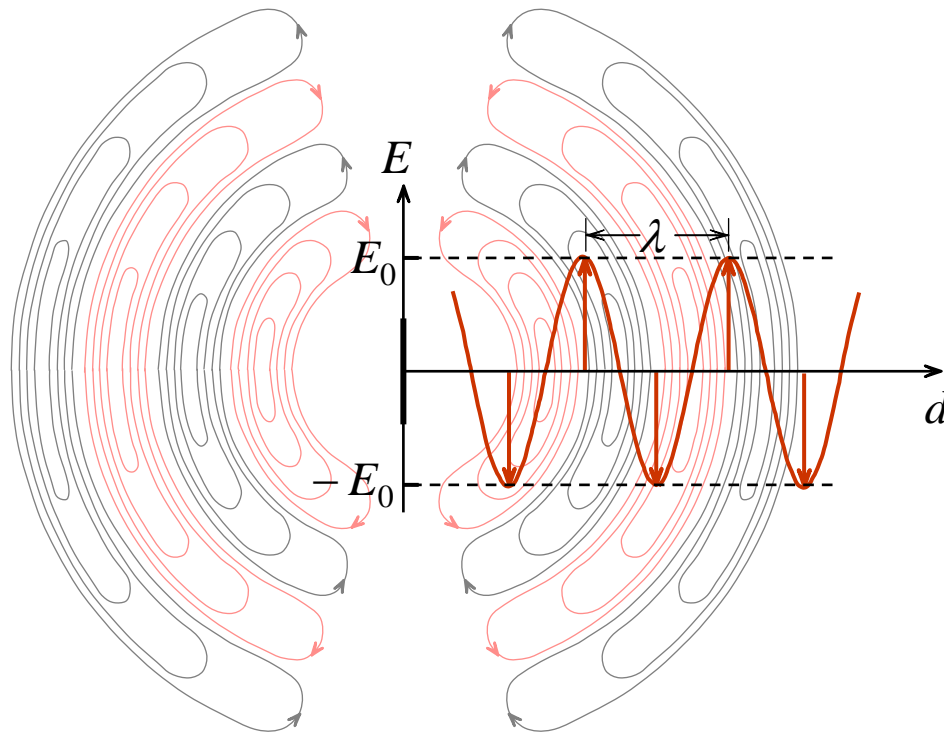
Μετά από ένα τέταρτο της περιόδου θα επέλθει πλήρης εξίσωση των φορτίων και το ηλεκτρικό πεδίο γύρω από το δίπολο θα έχει μηδενιστεί.



Αν παρακολουθήσουμε το φαινόμενο κατά ένα ακόμη τέταρτο της περιόδου θα παρατηρήσουμε αντιστροφή της αρχικής εικόνας.

Παρατηρούμε ότι οι δυναμικές γραμμές σχηματίζουν στροβίλους εναλλάξ αντιθέτου φοράς οι οποίοι αποσπώμενοι από το δίπολο απομακρύνονται με τη ταχύτητα διάδοσης του φωτός.

Το παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο εκπέμπει εις τον χώρο **ηλεκτρικά κύματα**.



Στο Σχήμα αποδίδεται στιγμιότυπο του ηλεκτρικού πεδίου σε σημεία τα οποία απέχουν αρκετά από το δίπολο.

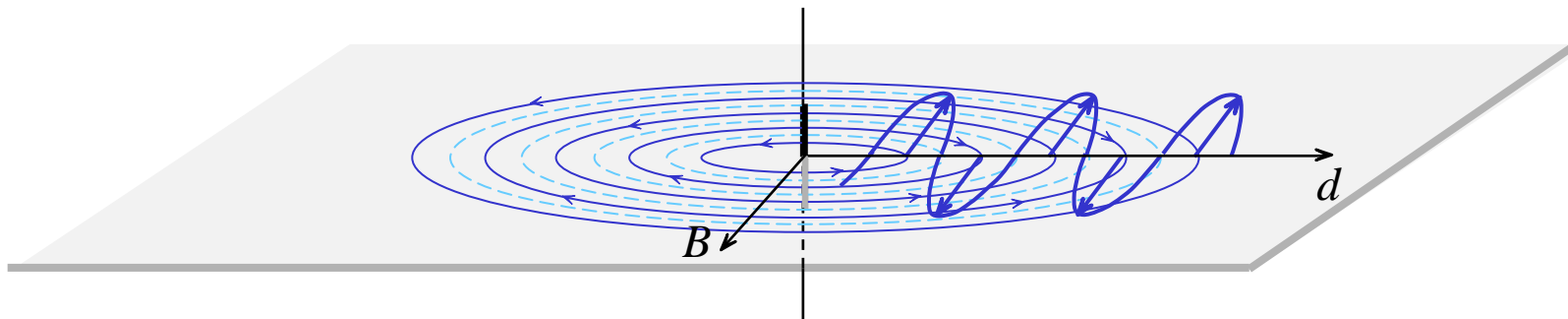
Αν παρακολουθήσουμε την φορά και την πυκνότητα των δυναμικών γραμμών κατά μήκος μιας ακτίνας με αρχή το μέσο του δίπολου παρατηρούμε ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταβάλλεται περιοδικώς μετά της απόστασης από το δίπολο.

Το άνυσμα της εντάσεως του ηλεκτρικού πεδίου βρίσκεται πάντα στο επίπεδο στο οποίο βρίσκεται και το δίπολο. Τα ηλεκτρικά κύματα τα οποία εκπέμπονται από ένα παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο είναι **γραμμικά πολωμένα**.

Το πλάτος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι μεγάλο σε διευθύνσεις, περίπου, κάθετες στο άξονα του δίπολου. Στις διευθύνσεις οι οποίες απομακρύνονται από τον άξονα του δίπολου το πλάτος είναι μικρότερο, μηδενίζεται δε στις διευθύνσεις οι οποίες συμπίπτουν με το άξονα του δίπολου.

Μαγνητικό πεδίο

Εκτός από το ηλεκτρικό πεδίο, γύρω από παλλόμενο δίπολο σχηματίζεται και μαγνητικό πεδίο, το οποίο οφείλεται στο ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει το δίπολο. Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι ομόκεντρες περιφέρειες κύκλων με επίπεδα κάθετα στο άξονα του δίπολου.

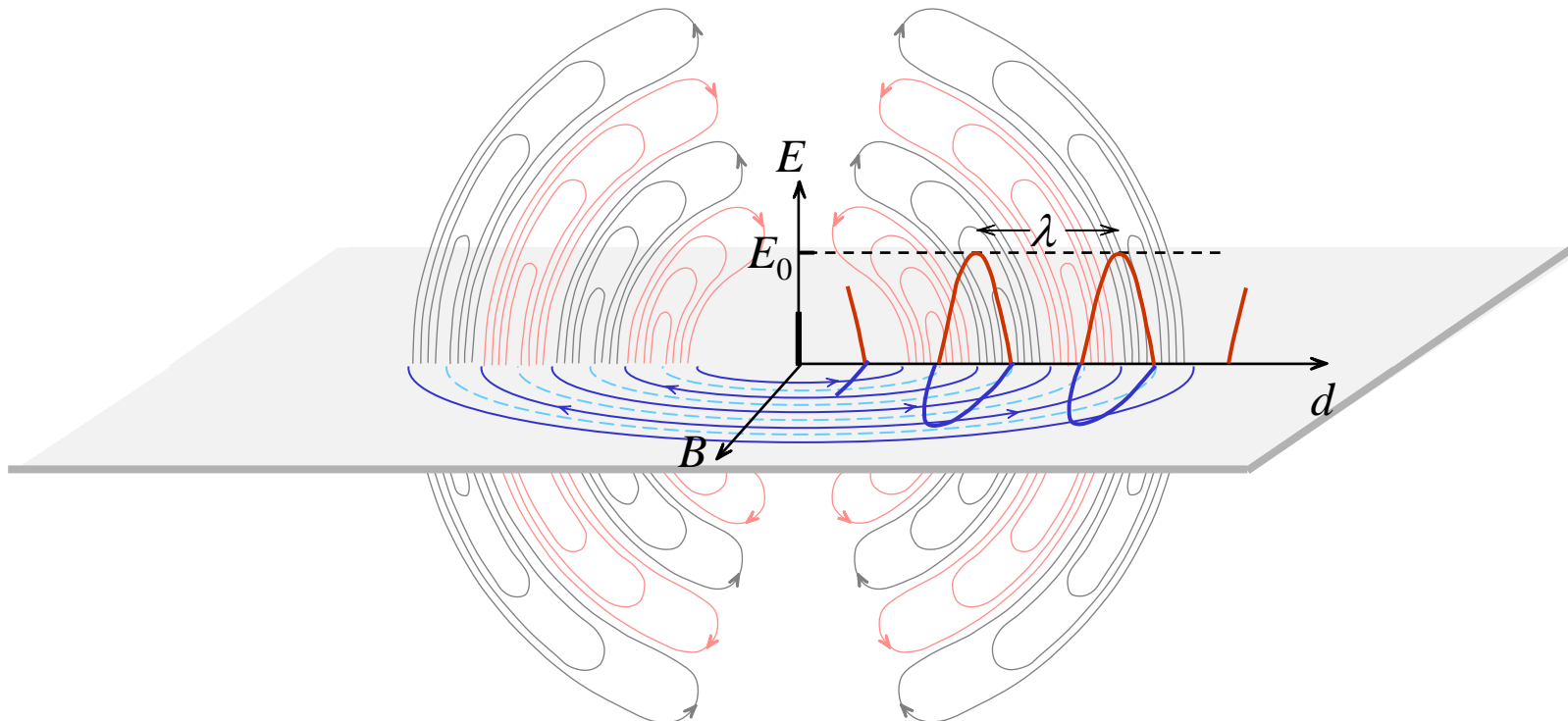


Στο Σχήμα αποδίδεται στιγμιότυπο του μαγνητικού πεδίου σε σημεία τα οποία απέχουν αρκετά από το δίπολο. Παρατηρούμε ότι η φορά των δυναμικών γραμμών μεταβάλλεται περιοδικά με την απόστασή από το δίπολο.

Οι ακτίνες των προκύπτουσών κυκλικών δυναμικών γραμμών αυξάνει με σταθερή ταχύτητα η οποία είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός με αποτέλεσμα την παραγωγή **κυμάτων μαγνητικού πεδίου**.

Το άνωσμα της μαγνητικής επαγωγής B του μαγνητικού πεδίου βρίσκεται σε επίπεδο το οποίο είναι κάθετο στο άξονα του δίπολου, τα μαγνητικά, δηλαδή, κύματα τα οποία εκπέμπονται από ένα παλλόμενο δίπολο, είναι **γραμμικά πολωμένα**.

Τα μαγνητικά κύματα διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα με την οποία διαδίδονται και τα ηλεκτρικά κύματα. Τα διανύσματα της μαγνητικής επαγωγής και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι μεταξύ τους κάθετα. Το σύστημα των δύο αυτών κυμάτων καλείται **ηλεκτρομαγνητικό κύμα**.

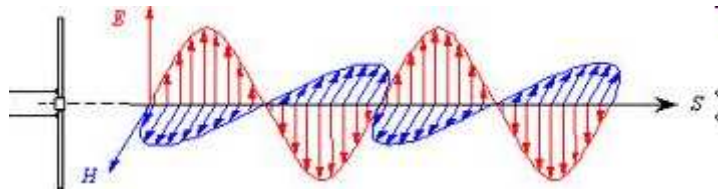


Το παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο εκπέμπει εις τον χώρο **ηλεκτρικά κύματα**.

Επίσης το παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο εκπέμπει εις τον χώρο **μαγνητικά κύματα**.

Τα διανύσματα της μαγνητικής επαγωγής και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι μεταξύ τους κάθετα.

Το σύστημα των δύο αυτών κυμάτων καλείται **ηλεκτρομαγνητικό κύμα**.



Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα το οποίο εκπέμπεται από ένα παλλόμενο δίπολο είναι γραμμικά πολωμένο.

Σε μεγάλη απόσταση από το δίπολο οι καμπυλόμορφοι δυναμικές γραμμές των πεδίων μπορούν να θεωρηθούν ως ευθύγραμμοι οπότε έχουμε **επίπεδα κύματα**.

Μεταξύ του μήκους κύματος λ , της συχνότητας f και της ταχύτητας διάδοσης του c του κύματος υπάρχει η γνωστή σχέση

$$\lambda \cdot f = c$$

όπου $c = 3 \times 10^{10}$ cm/sec είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Ακτινοβολούμενη ενέργεια

Στο χώρο γύρω από παλλόμενο δίπολο παρουσιάζεται τοπική και χρονική περιοδική μεταβολή την έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και της μαγνητικής επαγωγής του μαγνητικού πεδίου, η οποία διαδίδεται με την ταχύτητα του φωτός

Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο περιέχουν ενέργεια, η οποία, διά του ηλεκτρομαγνητικού κύματος μεταδίδεται προς όλες τις διευθύνσεις. Την ενέργεια αυτή ακτινοβολεί το δίπολο όταν πάλλεται.

Θεωρούμε τμήμα επιφάνειας, εμβαδού ΔS , το οποίο είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης της ακτινοβολίας. Αν σε χρονικό διάστημα Δt από το τμήμα της επιφάνειας αυτής διέρχεται ενέργεια ίση με ΔE , ορίζουμε ως **πυκνότητα ακτινοβολίας** Φ το λόγο.

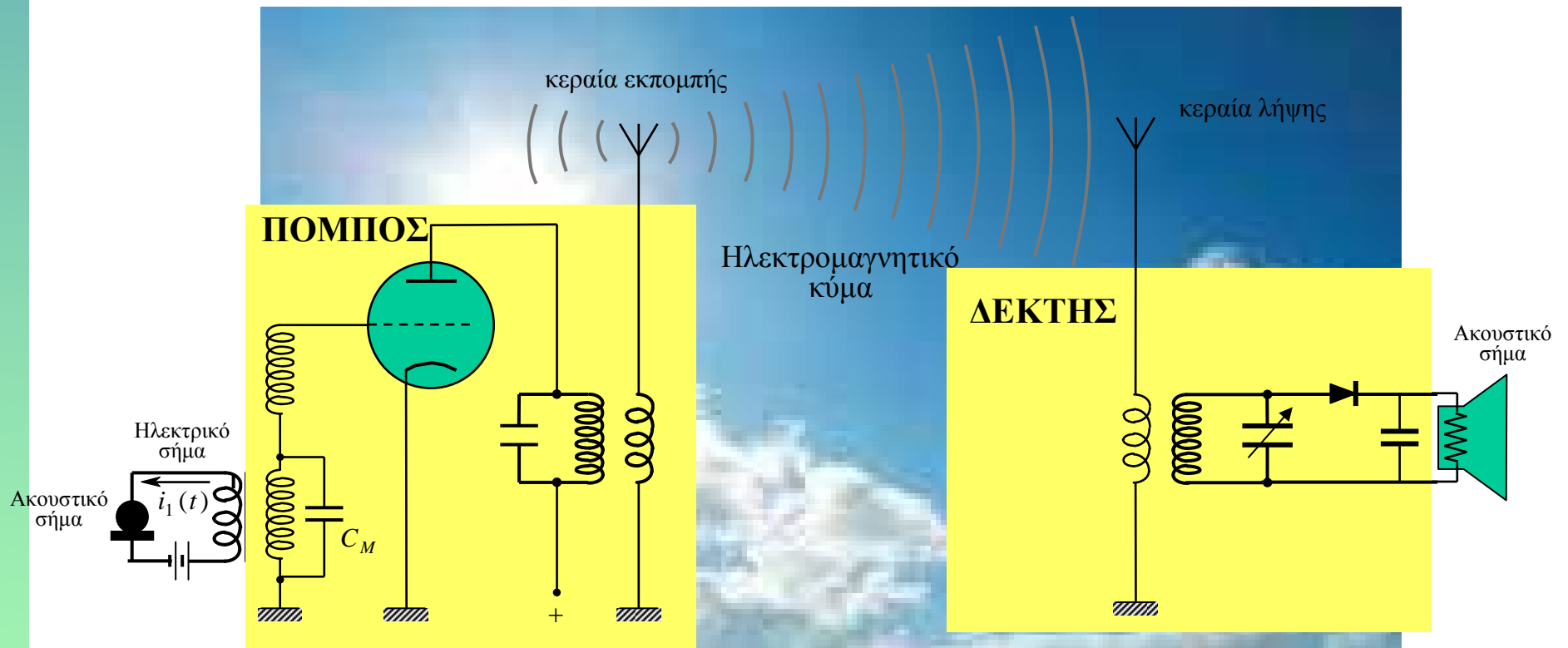
$$\Phi = \frac{\text{ισχύς}}{\text{εμβαδό}} = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t}$$

Η πυκνότητα ακτινοβολίας μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από το δίπολο.

Η εκπομπή ενέργειας από το παλλόμενο δίπολο γίνεται σε βάρος της ενέργειας της ταλάντωσης και για το λόγο αυτό η ταλάντωση είναι φθίνουσα, εκτός αν αναπληρώνεται διαρκώς η ακτινοβολούμενη ενέργεια από εξωτερική πηγή ενέργειας

Ακτινοβολούντα κυκλώματα ταλαντώσεων

Το παλλόμενο δίπολο ακτινοβολεί ενέργεια στο χώρο που το περιβάλλει με τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα τα οποία εκπέμπει. Στους πομπούς χρησιμοποιούνται κυκλώματα Thomson τα οποία διεγείρονται κατάλληλα εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση για την ακτινοβολία των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.



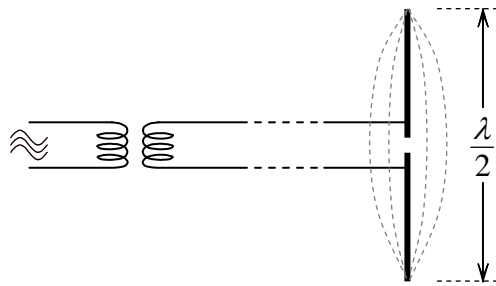
Πομπός διαμορφωμένου κύματος (αρχή)

Δέκτης με κρυσταλλοτρίοδο (αρχή)

Το απλούστερο κύκλωμα κεραίας αποτελείται από ένα παλλόμενο δίπολο **κεραία Hertz**. Το μήκος l της κεραίας Hertz όταν αυτή πάλλεται με τη θεμελιώδη συχνότητα συνδέεται με το μήκος κύματος λ του κύματος που εκπέμπει με τη σχέση

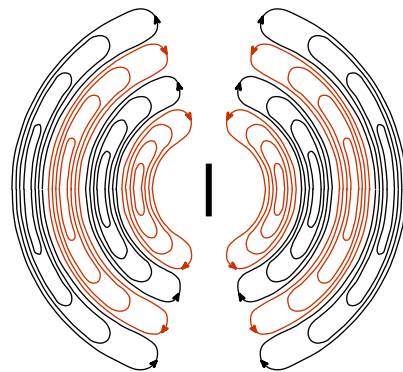
$$l = \frac{\lambda}{2}$$

για το λόγο αυτό η κεραία Hertz ονομάζεται και **κεραία $\lambda/2$** .



Κεραία Hertz

Δια την εκπομπή συντηρουμένων κυμάτων, η κεραία τροφοδοτείται κατάλληλα από τον πομπό, ο οποίος, συνήθως βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση από αυτήν. Η σύνδεση πραγματοποιείται με **γραμμή μεταφοράς**, η οποία αποτελείται από δύο παράλληλους αγωγούς που βρίσκονται πολύ κοντά, ώστε η ακτινοβολία να είναι αμελητέα. Επίσης η γραμμή μεταφοράς είναι δυνατό να είναι **ομοαξονικός αγωγός**.

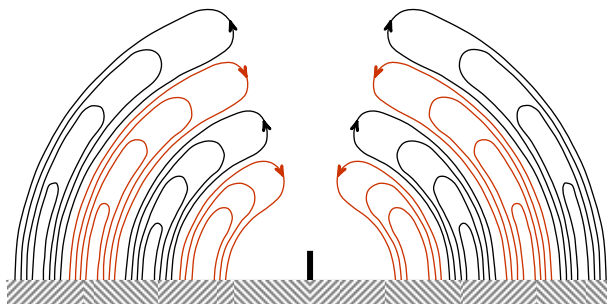


Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου που σχηματίζονται από παλλόμενη κεραία Hertz.

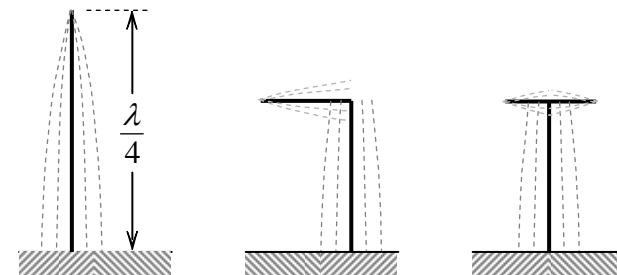
Η *κεραία Marconi* αποτελείται από ένα δίπολο από το οποίο έχει αφαιρεθεί το κάτω μισό τμήμα του και έχει αντικατασταθεί από αγώγιμο υλικό που είναι απλώς η επιφάνεια του εδάφους.

Το μήκος της κεραίας Marconi η οποία πάλλεται με τη θεμελιώδη συχνότητα είναι $l = \lambda/4$, *κεραία $\lambda/4$* .

Στη βάση της κεραίας Marconi τοποθετείται πηνίο με το οποίο γίνεται η σύζευξη της με το τροφοδοτούν κύκλωμα. Η προσθήκη του πηνίου αυξάνει την αυτεπαγωγή της κεραίας και συνεπώς ελαττώνει την ιδιοσυχνότητά της. Η ελάττωση της ιδιοσυχνότητας αντιστοιχεί σε αύξηση του μήκους της κεραίας για το λόγο αυτό το πηνίο ονομάζεται *πηνίο επιμηκύνσεως*.



Διάδοση ηλεκτρικών κυμάτων υπεράνω αγώγιμου εδάφους

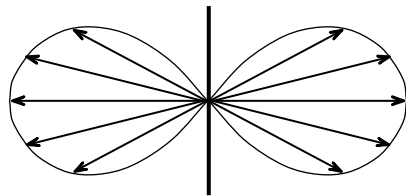


Διάφοροι τύποι κεραιών, Marconi, μορφής L και μορφής T

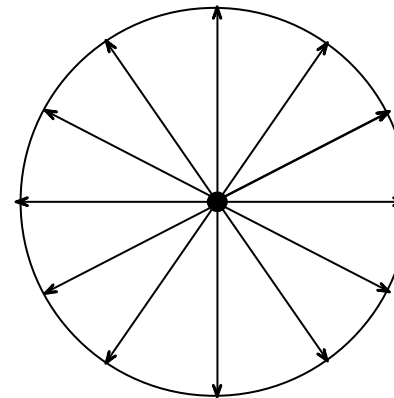
Κατευθυνόμενη εκπομπή

Σε πολλές περιπτώσεις επιζητείται όχι μόνο η εντατική εκπομπή κυμάτων, αλλά και εκπομπή προς ορισμένες διευθύνσεις αυτών.

Η κεραία Hertz ακτινοβολεί κυρίως καθέτως ως προς τον άξονά της. Η περιγραφή της κατανομής της ακτινοβολουμένης ενέργειας της κεραίας Hertz προς διευθύνσεις που σχηματίζουν διαφόρους γωνίες με το άξονα του δίπολου παριστάνεται από το πολικό διάγραμμα ακτινοβολίας (κατακόρυφος χαρακτηριστική)



Κατακόρυφο διάγραμμα ακτινοβολίας της κεραίας Hertz.

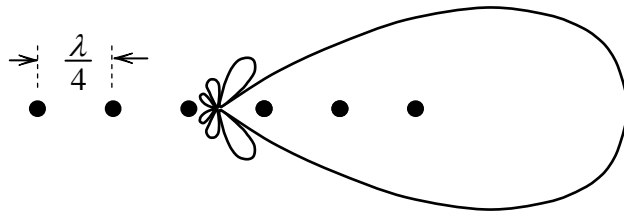


Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας της κεραίας Hertz.

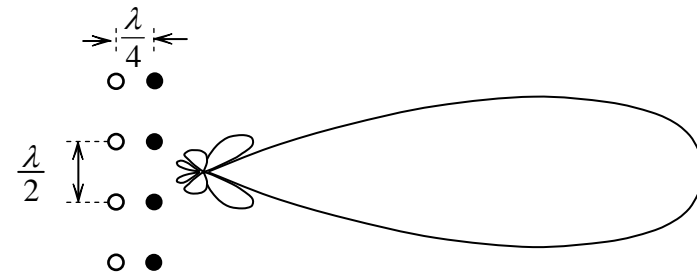
Κατευθυνόμενη εκπομπή επιτυγχάνεται δια συντονισμού πολλών κεριών οι οποίες ευρίσκονται σε ορισμένες μεταξύ τους αποστάσεις και οι οποίες διαρρέονται από ρεύματα τα οποία έχουν ορισμένη σχέση φάσεων μεταξύ τους.

Ανάλογες ιδιότητες έχει και η διάταξη με παρασιτικές κεραίες, δηλαδή, κεραίες οι οποίες δεν τροφοδοτούνται απευθείας από το πομπό, αλλά διαρρέονται από ρεύματα τα οποία επάγονται σε αυτές από τις τροφοδοτούμενες κεραίες.

Τέλος, η ακτινοβολία μίας κεραίας είναι δυνατό να κατευθυνθεί και με αντανακλαστικές επιφάνειες οι οποίες έχουν κατάλληλο σχήμα. Μία τέτοια διάταξη είναι δυνατό να είναι ένα παραβολικό κάτοπτρο στη εστία του οποίου τοποθετείται το εκπομπών δίπολο.

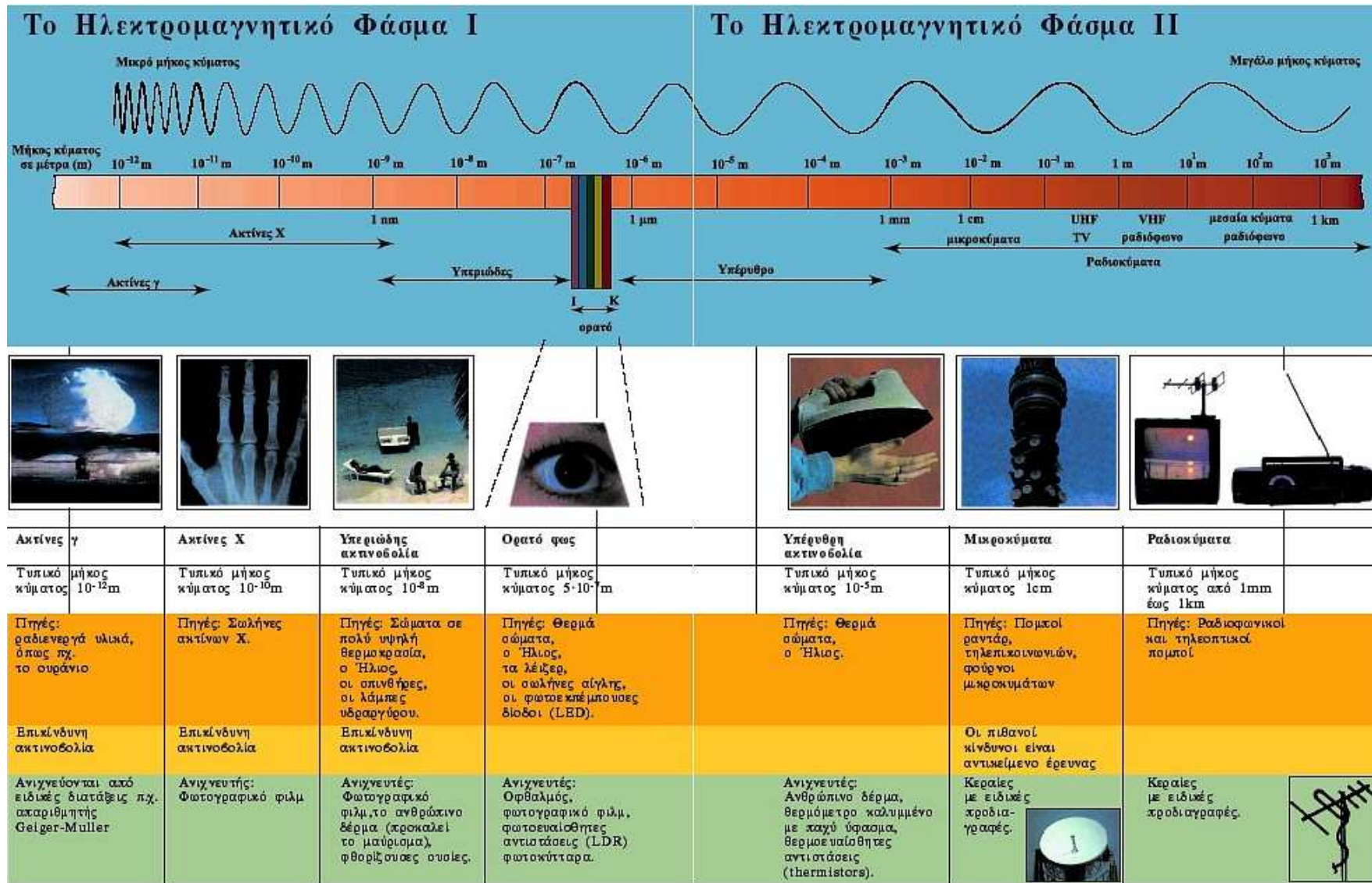


Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας κεραίας η οποία αποτελείται από δίπολα, τα οποία ευρίσκονται σε απόσταση $\lambda/4$ και διαρρέονται από ρεύματα που έχουν διαφορά φάσης $\pi/2$.



Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας κεραίας η οποία αποτελείται από τέσσερα δίπολα τα οποία διαρρέονται από ρεύματα που έχουν την ίδια φάση και από τέσσερες παρασιτικές κεραίες.

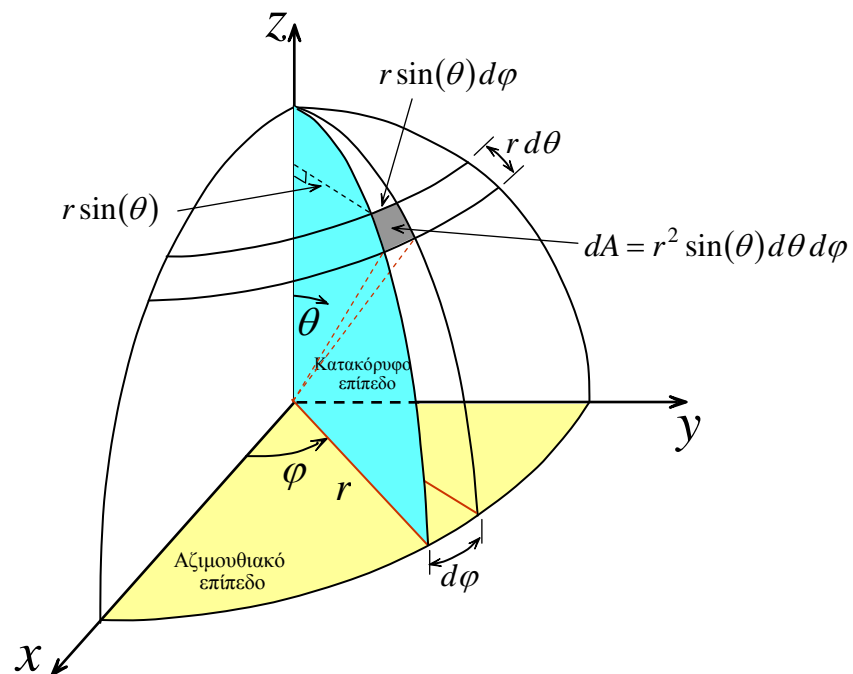
Το συνολικό ηλεκτρομαγνητικό φάσμα



Βασικοί παράμετροι κεραιών

Το *διάγραμμα ακτινοβολίας μίας κεραιάς* ή απλά *διάγραμμα κεραιάς*, ορίζεται ως η μαθηματική συνάρτηση ή η γραφική παράσταση των ιδιοτήτων ακτινοβολίας της κεραιάς συναρτήσει των χωρικών συντεταγμένων.

Στις ιδιότητες της ακτινοβολίας περιλαμβάνονται η *πυκνότητα ροής ισχύος*, η *ένταση της ακτινοβολίας*, η *ένταση του πεδίου*, η *πόλωση*.



Σύστημα συντεταγμένων για την ανάλυση κεραιών

Το διάγραμμα της λαμβανόμενης ισχύος σε σημεία σταθερής ακτίνας λέγεται *διάγραμμα ισχύος*.

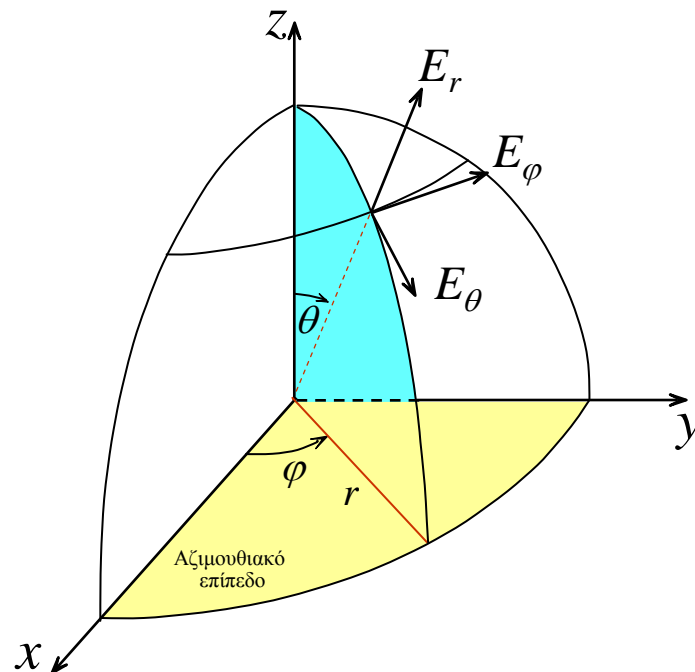
Το γράφημα της χωρικής μεταβολής το ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου σε σημεία σταθερής ακτίνας λέγεται *διάγραμμα πλάτους* του πεδίου.

Στη πράξη, το τρισδιάστατο διάγραμμα μετρείται και συγκροτείται από μία σειρά δισδιάστατων διαγραμμάτων.

Βασικοί παράμετροι κεραιών

Το *διάγραμμα ακτινοβολίας μίας κεραιάς* ή απλά *διάγραμμα κεραιάς*, ορίζεται ως η μαθηματική συνάρτηση ή η γραφική παράσταση των ιδιοτήτων ακτινοβολίας της κεραιάς συναρτήσει των χωρικών συντεταγμένων.

Στις ιδιότητες της ακτινοβολίας περιλαμβάνονται η *πυκνότητα ροής ισχύος*, η *ένταση της ακτινοβολίας*, η *ένταση του πεδίου*, η *πόλωση*.



Σύστημα συντεταγμένων για την ανάλυση κεραιών

Το διάγραμμα της λαμβανόμενης ισχύος σε σημεία σταθερής ακτίνας λέγεται *διάγραμμα ισχύος*.

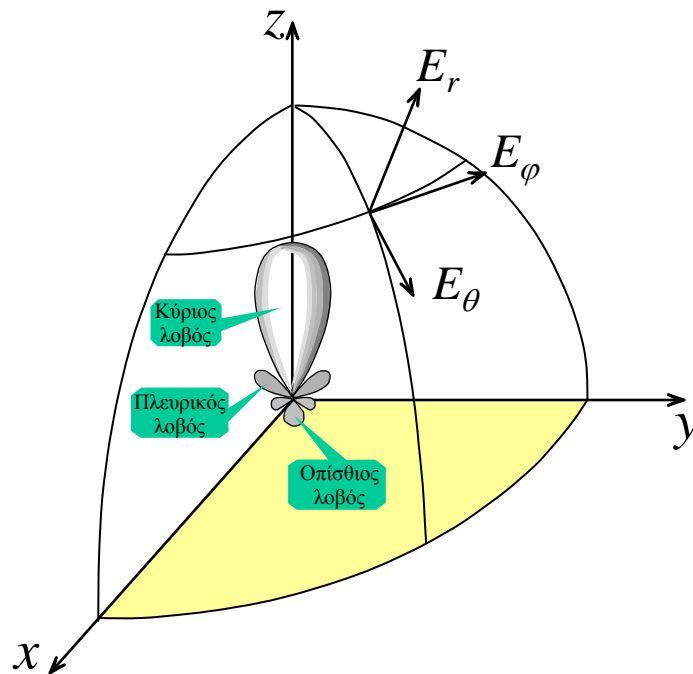
Το γράφημα της χωρικής μεταβολής το ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου σε σημεία σταθερής ακτίνας λέγεται *διάγραμμα πλάτους* του πεδίου.

Στη πράξη, το τρισδιάστατο διάγραμμα μετρείται και συγκροτείται από μία σειρά δισδιάστατων διαγραμμάτων.

Βασικοί παράμετροι κεραιών

Το *διάγραμμα ακτινοβολίας μίας κεραιάς* ή απλά *διάγραμμα κεραιάς*, ορίζεται ως η μαθηματική συνάρτηση ή η γραφική παράσταση των ιδιοτήτων ακτινοβολίας της κεραιάς συναρτήσει των χωρικών συντεταγμένων.

Στις ιδιότητες της ακτινοβολίας περιλαμβάνονται η *πυκνότητα ροής ισχύος*, η *ένταση της ακτινοβολίας*, η *ένταση του πεδίου*, η *πόλωση*.



Σύστημα συντεταγμένων για την ανάλυση κεραιών

Το διάγραμμα της λαμβανόμενης ισχύος σε σημεία σταθερής ακτίνας λέγεται *διάγραμμα ισχύος*.

Το γράφημα της χωρικής μεταβολής το ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου σε σημεία σταθερής ακτίνας λέγεται *διάγραμμα πλάτους* του πεδίου.

Στη πράξη, το τρισδιάστατο διάγραμμα μετρείται και συγκροτείται από μία σειρά δισδιάστατων διαγραμμάτων.

Η συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου

$$E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon} I_0 L \cos(\theta) \left(\frac{1}{j\omega r^3} + \frac{1}{cr^2} \right) e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$$

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon} I_0 L \sin(\theta) \left(\frac{1}{j\omega r^3} + \frac{1}{cr^2} + \frac{j\omega}{c^2 r} \right) e^{j(\omega t - \frac{r}{c})}$$

$$E_\phi = 0$$

I_0 είναι το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το δίπολο

L είναι το μήκος του στοιχειώδους διπόλου ($L \ll \lambda$)

ω είναι η κυκλική συχνότητα του ρεύματος ($\omega = 2\pi c/\lambda$)

c είναι η ταχύτητα του φωτός στο μέσο διάδοσης.

r είναι η απόσταση του σημείου Σ από το δίπολο ($r \gg L$).

ϵ είναι η διηλεκτρική σταθερά του μέσου που περιβάλλει το δίπολο.

Η συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου

$$H_r = 0$$

$$H_\theta = 0$$

$$H_\phi = \frac{1}{4\pi} I_0 L \sin(\theta) \left(\frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{cr} \right) e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$$

Η συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου

$$E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon} I_0 L \cos(\theta) \left(\frac{1}{j\omega r^3} + \frac{1}{cr^2} \right) e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$$

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon} I_0 L \sin(\theta) \left(\frac{1}{j\omega r^3} + \frac{1}{cr^2} + \frac{j\omega}{c^2 r} \right) e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$$

$$E_\phi = 0$$

Η συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου

$$H_r = 0$$

$$H_\theta = 0$$

$$H_\phi = \frac{1}{4\pi} I_0 L \sin(\theta) \left(\frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{cr} \right) e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$$

Η παρουσία του όρου $e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$ υποδηλώνει ότι το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο το οποίο δημιουργείται από το δίπολο διαδίδεται υπό μορφή κύματος με ταχύτητα c .

Το πλάτος του κύματος ελαττώνεται όσο η απόσταση r μεγαλώνει με διαφορετικό όμως ρυθμό δια τις διάφορες συνιστώσες.

Στο πλάτος της συνιστώσας H_ϕ του μαγνητικού πεδίου παρατηρούμε ότι για $r \ll \lambda$ επικρατεί ο πρώτος προσθετός και το μαγνητικό πεδίο χαρακτηρίζεται ως **πεδίο επαγωγής**. Για $r \gg \lambda$ επικρατεί ο δεύτερος προσθετός και το μαγνητικό πεδίο χαρακτηρίζεται ως **πεδίο ακτινοβολίας**.

Για $r \gg \lambda$ έχουμε τις ακόλουθες εκφράσεις για τις συνιστώσες του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου

$$E_{\theta} = \frac{j 60\pi I_0 L \sin(\theta)}{r \lambda} e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$$

$$H_{\phi} = \frac{j I_0 L \sin(\theta)}{2 r \lambda} e^{j\omega(t-\frac{r}{c})}$$

$$E_r = E_{\phi} = H_r = H_{\theta} = 0$$

Παρατηρούμε ότι η ακτινοβολία από το στοιχειώδες δίπολο έχει μέγιστη τιμή κατά τις διευθύνσεις που είναι κάθετες στο άξονα του δίπολου ενώ μηδενίζεται στη διεύθυνση του άξονα.

Χαρακτηριστικά κεραιών

Ένα *ισοτροπικό* στοιχείο ακτινοβολίας ορίζεται ως μία υποθετική κεραία, χωρίς απώλειες, με την ίδια ακτινοβολία σε όλες τις κατευθύνσεις.

Κατευθυντική είναι η κεραία που έχει ιδιότητα να εκπέμπει ή να λαμβάνει ηλεκτρομαγνητικά κύματα με περισσότερη αποτελεσματικότητα σε ορισμένες διευθύνσεις παρά σε άλλες.

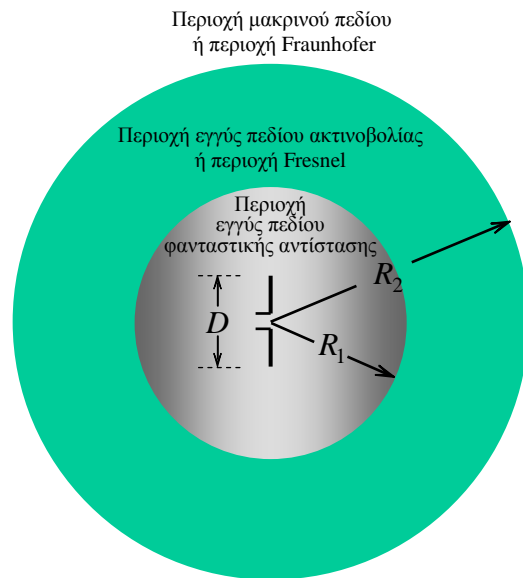
Ομοιοκατευθυντική είναι η κεραία που είναι μη κατευθυντική σε ένα επίπεδο και κατευθυντική σε οποιοδήποτε κάθετο επίπεδο.

Λοβός είναι τμήματα του διαγράμματος ακτινοβολίας που περιορίζεται από περιοχές σχετικά μικρής (ή και μηδενικής) έντασης ακτινοβολίας και διακρίνονται σε *κύριους* ή *μέγιστους* σε *πλευρικούς* και σε *οπίσθιους*.

Περιοχές ακτινοβολίας κεραιών

Ο χώρος γύρω από μία κεραία υποδιαιρείται σε τρεις περιοχές

(α) **Περιοχή εγγύς πεδίου φανταστικής αντίστασης** είναι η περιοχή η οποία περιβάλλει άμεσα την κεραία και όπου επικρατεί το πεδίο φανταστικής αντίστασης, δηλαδή, δεν ακτινοβολείται ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Η περιοχή αυτή περιορίζεται χωρικά στο εσωτερικό σφαίρας με ακτίνα R_1 .



$$R_1 = 0,62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$$

$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda}$$

(β) **Περιοχή εγγύς πεδίου ακτινοβολίας ή περιοχή Fresnel** είναι η περιοχή στην οποία επικρατούν τα πεδία ακτινοβολίας και όπου η γωνιακή κατανομή του πεδίου εξαρτάται από την απόσταση από την κεραία. Η περιοχή Fresnel εκτείνεται στο χώρο που περιορίζεται από τις σφαίρες με ακτίνες R_1 και R_2 .

(γ) **Περιοχή μακρινού πεδίου περιοχή Fraunhofer** είναι η περιοχή στην οποία η γωνιακή κατανομή του πεδίου είναι ανεξάρτητη από την απόσταση από την κεραία. Η περιοχή αυτή εμφανίζεται σε αποστάσεις από την κεραία μεγαλύτερες της R_2 .

Πυκνότητα ισχύος ακτινοβολίας

Το μέγεθος που περιγράφει την ισχύ που μεταφέρεται κατά τη μετάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος συνδέεται με το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται στο μέσο μετάδοσης μέσω του *διανύσματος Poynting*.

Το διάνυσμα Poynting ορίζεται ως το εξωτερικό γινόμενο των εντάσεων \vec{E} και \vec{H} ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)$$

Το μέτρο του διανύσματος Poynting P εκφράζει τη διερχόμενη ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας κάθετης στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

$$\Phi = \frac{dP}{dS} = \frac{\text{στοιχειώδης ισχύς}}{\text{στοιχειώδης επιφάνεια}}$$

και έχει μονάδα μέτρησης W/m^2

Η συνολική στιγμιαία ισχύς που ακτινοβολείται από μία κεραία προκύπτει ολοκληρώνοντας την κάθετη συνιστώσα του $\vec{P}(\vec{r}, t)$ πάνω σε μία κλειστή επιφάνεια S που περιβάλλει την κεραία

$$P_{ολ}(t) = \oiint_S \vec{P}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{S}$$

Για την περίπτωση ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενων πηγών και πεδίων το διάνυσμα Poynting γράφεται ως

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \Re e \left[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^* \right] + \frac{1}{2} \Re e \left[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r}) e^{j2\omega t} \right]$$

Όπου $\vec{E}(\vec{r})$ και $\vec{H}(\vec{r})$ είναι οι φασιθέτες της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα, δηλαδή,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re e \left[\vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{j\omega t} \right] \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \Re e \left[\vec{H}(\vec{r}) \cdot e^{j\omega t} \right]$$

Ο πρώτος όρος στο δεξιό σκέλος είναι πραγματικός και χρονικά σταθερός και εκφράζει τη μέση τιμή της πυκνότητας πραγματικής ισχύος που ακτινοβολείται, ο αντίστοιχος δεύτερος όρος εκφράζει την άεργη ισχύ που καταναλώνεται περί την κεραία.

Όταν τα πεδία είναι χρονομεταβλητά, πιο επιθυμητή είναι η εύρεση της μέσης πυκνότητας ισχύος που προκύπτει με ολοκλήρωση του στιγμιαίου διανύσματος Poynting μέσα σε μία περίοδο και διαίρεση με την περίοδο.

$$\vec{P}_{\text{μέση}}(\vec{r}) = [\vec{P}(\vec{r}, t)]_{\text{μέση}} = \frac{1}{2} \Re[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*] \quad (\text{Watts / m}^2)$$

είναι η μέση χρονική τιμή του διανύσματος Poynting συναρτήσει των φασιθετών του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου που προκύπτουν με βάση τις μέγιστες τιμές τους. Αν χρησιμοποιηθούν οι ενεργές τιμές, πρέπει να παραληφθεί ο παράγοντας 1/2.

Η μέση ισχύς που ακτινοβολείται από μία κεραία δίνεται από την

$$P_{\text{ακτ}} = \oiint_S \vec{P}_{\text{μέση}}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = \frac{1}{2} \oiint_S \Re[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*] \cdot d\vec{S}$$

Ισοτροπικό στοιχείο ακτινοβολίας είναι μία ιδανική πηγή που ακτινοβολεί ισομερώς σε όλες τις διευθύνσεις. Αν και στη πράξη δεν υπάρχει, αποτελεί μία βολική αναφορά για τη σύγκριση με άλλες κεραίες.

Λόγω της συμμετρικής του ακτινοβολίας, το αντίστοιχο διάνυσμα Poynting δεν θα είναι συνάρτηση των γωνιών των σφαιρικών συντεταγμένων θ και ϕ .

$$P_{\text{ακτ}} = \oiint_S \vec{P}_o(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\hat{a}_r P_o(r)] \cdot [\hat{a}_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi] = P_o 4\pi r^2$$

ή

$$P_{\text{ακτ}} = \oiint_S P_o \cdot dS = P_o \int_0^{2\pi} \int_0^\pi r^2 \sin \theta d\theta d\phi = P_o 4\pi r^2$$

και η πυκνότητα ισχύος είναι

$$\vec{P}_o(\vec{r}) = \hat{a}_r P_o(r) = \hat{a}_r \frac{P_{\text{ακτ}}}{4\pi r^2} \left(\frac{\text{Watts}}{\text{m}^2} \right)$$

ή

$$P_o = \Phi_o = \frac{P_{\text{ακτ}}}{4\pi r^2}$$

Ένταση ακτινοβολίας

Η *ένταση ακτινοβολίας* (*radiation intensity*) σε μία ορισμένη διεύθυνση, ορίζεται ως η στοιχειώδης ισχύς που ακτινοβολείται από μία κεραία ανά στοιχειώδη στερεά γωνία. Είναι παράμετρος του μακρινού πεδίου και εκφράζεται με το μαθηματικό τύπο

$$U(\theta, \phi) = \frac{dP}{d\Omega} = \frac{\text{στοιχειώδης ισχύς}}{\text{στοιχειώδη στερεά γωνία}}$$

Γνωρίζουμε ότι $dP = P_{\text{ακτ}}(r) dS$, όπου $P_{\text{ακτ}}(r)$ είναι η πυκνότητα ακτινοβολίας και επειδή $dS = d\Omega r^2$ έχουμε

$$U(\theta, \phi) = r^2 |\vec{P}_{\text{ακτ}}(\vec{r})|$$

Η ένταση ακτινοβολίας είναι παράμετρος του μακρινού πεδίου έχει μονάδα μέτρησης Watts/μονάδα στερεάς γωνίας και είναι ανεξάρτητη της ακτίνας.

Με τη βοήθεια της

$$\vec{P}_{\text{μέση}}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \Re[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*]$$

έχουμε τη σχέση της έντασης ακτινοβολίας με το ηλεκτρικό πεδίο μακρινής ζώνης

$$U(\theta, \phi) = \frac{r^2}{2n} |\vec{E}(\vec{r})|^2 = \frac{1}{2n} \left[|E_\theta(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi(\theta, \phi)|^2 \right]$$

όπου $n = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ η κυματική αντίσταση του μέσου διάδοσης, η οποία για το κενό είναι 120π

Η ένταση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου συνδέονται μεταξύ τους με τη

$$\frac{E}{H} = n = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

Η σχέση της μέσης τιμής του ανύσματος Poynting και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θα είναι

$$P_{\text{μέσ}} = \frac{1}{2} \frac{E^2}{n}$$

Η συνολική ισχύς που ακτινοβολεί μία κεραία δίνεται από το ολοκλήρωμα της έντασης ακτινοβολίας U με ολοκλήρωση της σε στερεά γωνία ίση με 4π στερεακτίνια, δηλαδή, σε ολόκληρη τη στερεά γωνία που περιβάλλει την κεραία.

$$P_{\text{ακτ}} = \oiint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta$$

Για ισοτροπική πηγή η συνολική ισχύς είναι $P_{\text{ακτ}} = 4 \pi U_0$.

Χαρακτηριστικά κεραιών

Διάγραμμα ακτινοβολίας είναι η γραφική παράσταση του τρόπου ακτινοβολίας μιας κεραιάς καθώς μεταβάλλεται το σημείο παρατήρησης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, δηλαδή, το διάγραμμα της έντασης ακτινοβολίας U ως συνάρτηση των γωνιών θ και φ είναι ένα διάγραμμα εντάσεως ακτινοβολίας.

Στις περισσότερες περιπτώσεις που ενδιαφέρουν στην πράξη, είναι αρκετή για την περιγραφή του τρόπου ακτινοβολίας μιας κεραιάς η σχεδίαση διαγραμμάτων καθώς μεταβάλλεται η μία γωνία για συγκεκριμένες τιμές τις άλλης γωνίας.

Λοβός είναι τμήματα του διαγράμματος ακτινοβολίας που περιορίζεται από περιοχές σχετικά μικρής (ή και μηδενικής) έντασης ακτινοβολίας και διακρίνονται σε **κύριους** ή **μέγιστους** σε **δευτερεύοντες** (**πλευρικούς** και σε **οπίσθιους**).

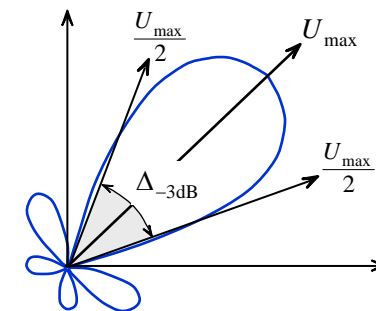
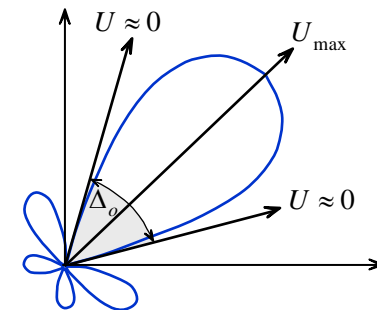
Οι δευτερεύοντες λοβοί αντιπροσωπεύουν ακτινοβολία προς ανεπιθύμητες κατευθύνσεις και συνεπώς πρέπει να ελαχιστοποιούνται.

Ο λόγος της ισχύος που εμφανίζει ένας δευτερεύων λοβός στη διεύθυνση μεγίστου του προς την αντίστοιχη ισχύ που εμφανίζει ο κύριος λοβός ονομάζεται **στάθμη του πλευρικού λοβού** και εκφράζεται σε dB.

$$20 \log_{10} \frac{P_{\text{πλευρ}}}{P_{\text{κυρ}}}$$

Το **γωνιακό εύρος** Δ_0 του κύριου λοβού είναι η γωνία που σχηματίζεται από τις διευθύνσεις μηδενισμών ή ελαχίστων από τις οποίες προσδιορίζεται ο κύριος λοβός και προσδιορίζει της κατευθύντηκες ιδιότητες μιας κεραίας.

Στην πράξη, η περιγραφή του κύριου λοβού γίνεται από το **εύρος μισής ισχύος** ή **το εύρος -3dB** ($\Delta_{-3\text{dB}}$), δηλαδή, της γωνίας που σχηματίζουν οι διευθύνσεις εκατέρωθεν της διεύθυνσης μεγίστου για τις οποίες η ένταση της ακτινοβολίας είναι η μισή της μέγιστης τιμής.



Κατευθυντική απολαβή (*directivity gain*) μιας κεραίας ορίζεται ο λόγος της έντασης ακτινοβολίας από μία κεραία σε μία δεδομένη διεύθυνση προς την ένταση ακτινοβολίας ισότροπου πηγής που έχει την ίδια ισχύ ακτινοβολίας, δηλαδή,

$$D = \frac{\text{μέγιστη ένταση ακτινοβολίας}}{\text{μέση ένταση ακτινοβολίας}}$$

ή

$$D_{\text{απολ}}(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\text{ακτ}}}$$

Κατευθυντικότητα (*directivity*) μιας κεραίας είναι η μέγιστη τιμή της κατευθυντικής απολαβής της

$$D = \frac{\text{μέγιστη ένταση ακτινοβολίας}}{\text{ένταση ακτινοβολίας ισότροπου πηγής που ακτινοβολεί την ίδια ολική ισχύ}}$$

ή

$$D = D_{\text{απολ}}(\theta, \phi)|_{\text{max}} = \frac{U(\theta, \phi)|_{\text{max}}}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)|_{\text{max}}}{P_{\text{ακτ}}}$$

$$D = 4 \pi \frac{U(\theta, \phi)|_{\max}}{W_{\text{ακτ}}}$$

Με αντικατάσταση της

$$W_{\text{ακτ}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta$$

η κατευθυντικότητα δίνεται ως

$$D = 4 \pi \frac{U(\theta, \phi)|_{\max}}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta} = \frac{4 \pi}{B}$$

όπου B είναι το *άνοιγμα δέσμης*

$$B = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta}{U(\theta, \phi)|_{\max}}$$

και είναι η στερεά γωνία εντός της οποίας θα εκπεμπόταν όλη η ισχύς αν η κεραία εξέπεμπε με σταθερή ένταση ακτινοβολίας η οποία είναι ίση με $U(\theta, \phi)|_{\max}$ δεδομένου ότι $P_{\text{ακτ}} = U(\theta, \phi)|_{\max} \times B$.

Αν θ_1 είναι το εύρος μισής ισχύος, σε ακτίνια, στο κατακόρυφο επίπεδο και ϕ_1 , επίσης σε ακτίνια το εύρος μισής ισχύος στο αζιμουθιακό επίπεδο τότε το άνοιγμα δέσμης δίνεται κατά προσέγγιση

$$B \approx \theta_1 \cdot \phi_1$$

και η κατευθυντικότητα ως

$$D \approx \frac{4\pi}{\theta_1 \cdot \phi_1}$$

Η κατευθυντικότητα εκφράζεται συνήθως σε dB. Μία επιπλέον προσεγγιστική σχέση για τον υπολογισμό της κατευθυντικότητας είναι

$$D \approx \frac{32 \ln(2)}{\theta_E^2 \cdot \phi_H^2}$$

Όπου θ_E και ϕ_H είναι τα εύρη μισής ισχύος σε ακτίνια στο επίπεδο του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, αντίστοιχα.

Κέρδος ισχύος

Ο ορισμός της κατευθυντικότητας βασίζεται μόνο στην μορφή του διαγράμματος ακτινοβολουμένης ισχύος και δεν περιγράφει την ικανότητα της κεραίας να ακτινοβολεί την ισχύ που της προσφέρεται

Η **κέρδος ισχύος G** αποτελεί ένα μέτρο για τον προσδιορισμό του πόσο αποδοτικά ακτινοβολεί μία κεραία και ορίζεται από τη σχέση

$$G = \frac{\text{μέγιστη ένταση ακτινοβολίας}}{\text{μέγιστη ένταση ακτινοβολίας από κεραία αναφοράς με την ίδια ισχύ εισόδου}}$$

Ως **κεραία αναφοράς** για λόγου απλότητας λαμβάνεται ισότροπος κεραία με απόδοση 100%. Στην περίπτωση αυτή η απολαβή ισχύος **ως προς ισότροπη ιδανική κεραία** είναι

$$G_o(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_o} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\text{τροφ}}}$$

Στις συνήθεις εφαρμογές η απολαβή ισχύος αναφέρεται στη διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας

$$G_o = \frac{U(\theta, \phi)|_{\max}}{U_o} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)|_{\max}}{P_{\text{τροφ}}}$$

Η μέγιστη ένταση ακτινοβολίας από τη θεωρούμενη κεραία $U_{\max}^{\text{πραγ}}$ συνδέεται με την μέγιστη ένταση ακτινοβολίας της $U_{\max}^{\text{ιδαν}}$ η οποία δεν παρουσιάζει απώλειες με την

$$U_{\max}^{\text{πραγ}} = n_r \cdot U_{\max}^{\text{ιδαν}}$$

όπου n_r είναι ο συντελεστής απόδοσης της κεραίας ο οποίος περιγράφει τις διάφορες απώλειες της κεραίας, χωρίς να συνυπολογίζει τις διάφορες ανακλάσεις λόγω έλλειψης προσαρμογής. Αν $P_{\text{τροφ}}$ είναι η ισχύς εισόδου της κεραίας η ένταση ακτινοβολίας ισότροπου πηγής χωρίς απώλειες είναι $U_o = P_{\text{τροφ}}/4\pi$ και η απολαβή ισχύος γράφεται ως

$$G_o = \frac{U_{\max}^{\text{πραγ}}}{U_o} = \frac{n_r U_{\max}^{\text{ιδαν}}}{U_o} = n_r 4\pi \frac{U_{\max}^{\text{ιδαν}}}{P_{\text{τροφ}}} = n_r D$$

Η απολαβή ισχύος κεραίας ως προς ισότροπη που δεν παρουσιάζει απώλειες είναι ίση με την κατευθυντικότητα της όταν $n_r = 1$, δηλαδή, όταν δεν παρουσιάζει απώλειες.

Η ισχύς ακτινοβολίας, που είναι άλλωστε και το μέγεθος που ενδιαφέρει πρακτικά, δεν εξαρτάται μόνο από τις ωμικές απώλειες και από τις απώλειες διηλεκτρικού που περιγράφονται μέσω του συντελεστή απόδοσης, αλλά και από το κλάσμα της ισχύος που ανακλάται από την κεραία προς την πηγή τροφοδοσίας λόγω μη επίτευξης προσαρμογής. Αν $P_{\text{προσ}}$ είναι η ισχύς που φτάνει στην είσοδο της κεραίας, η ισχύς ακτινοβολίας λαμβάνοντας υπόψη και τις απώλειες και την ανάκλαση ισχύος είναι

$$P_{\text{ακτ}} = n_r (1 - |\rho|^2) P_{\text{προσ}}$$

όπου

$$\rho = \frac{Z_a - Z_0}{Z_a + Z_0}$$

είναι ο **συντελεστής ανάκλασης** στην είσοδο της κεραίας, Z_a η **αντίσταση εισόδου της κεραίας** και Z_0 η **χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς** που τροφοδοτεί την κεραία

Η κεραία ως στοιχείο κυκλωμάτων

Η κεραία ως στοιχείο κυκλώματος περιγράφεται μέσω της αντίστασης εισόδου της

$$Z_a = R_a + jX_a = (R_{\text{ακτ}} + R_{\text{απωλ}}) + jX_a$$

Η **αντίσταση ακτινοβολίας** $R_{\text{ακτ}}$ ορίζεται ως η ωμική αντίσταση που αν διαρρεόταν με το ρεύμα εισόδου της κεραίας θα καταλάωνε τη μέση ισχύ ακτινοβολίας

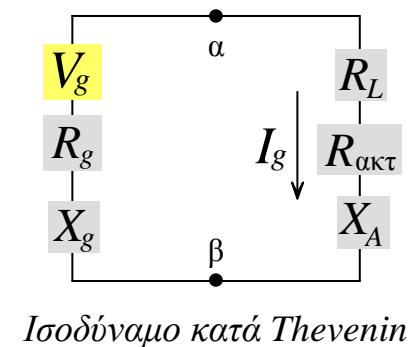
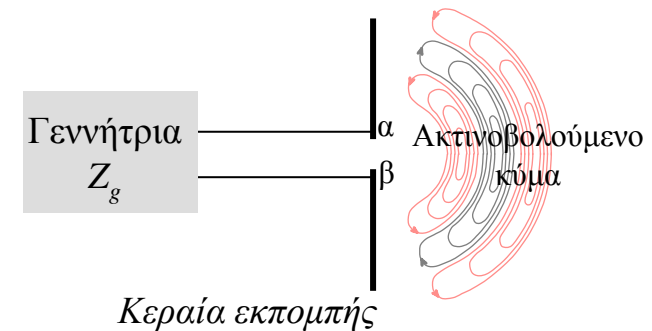
$$R_{\text{ακτ}} = \frac{P_{\text{ακτ}}}{I_{\text{ενεργ}}^2}$$

όπου $I_{\text{ενεργ}}$ είναι η ενεργός ένταση ρεύματος στην είσοδο της κεραίας $I_{\text{ενεργ}} = I_o / \sqrt{2}$.

Αν υποθεθεί ότι η κεραία συνδέεται με μία γεννήτρια εσωτερικής σύνθετης αντίστασης

$$Z_g = R_g + jX_g$$

το σύστημα κεραία γεννήτρια αποδίδεται από το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin



Το φανταστικό μέρος της αντίστασης εισόδου σχετίζεται με την άεργη ισχύ στην κοντινή περιοχή της κεραίας. Μεγάλες τιμές του $|X_a(\omega)|$ απαιτούν πολύ υψηλή τάση τροφοδοσίας ώστε να επιτευχθεί η απαιτούμενη ισχύς ακτινοβολίας.

Η διαδικασία μέσω της οποίας το φανταστικό μέρος της αντίστασης εισόδου μηδενίζεται σε μία ορισμένη συχνότητα ω_o ονομάζεται **συντονισμός της κεραίας**.

Για το εύρος συχνοτήτων $\omega_o - \Delta\omega/2$ έως $\omega_o + \Delta\omega/2$, για το οποίο η $|X_a(\omega)|$ είναι σχετικά μικρή, η κεραία πρακτικά θεωρείται συντονισμένη. Το εύρος $\Delta\omega$ καλείται συνήθως **εύρος ζώνης της κεραίας**.

Το ρεύμα που διαρρέει το βρόχο είναι

$$I_g = \frac{V_g}{Z_{ολικη}} = \frac{V_g}{Z_A + Z_g} = \frac{V_g}{(R_{ακτ} + R_L + R_g) + j(X_A + X_g)} \quad \text{σε } A$$

όπου V_g είναι το πλάτος της τάσης της γεννήτριας. Το μέτρο της έντασης του ρεύματος είναι

$$|I_g| = \frac{|V_g|}{\sqrt{(R_{ακτ} + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2}}$$

Η ισχύς που προσφέρεται στην κεραία για ακτινοβολήση είναι

$$P_{ακτ} = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_{ακτ} = \frac{1}{2} \frac{|V_g|^2 R_{ακτ}}{(R_{ακτ} + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \quad \text{σε } \text{Watts}$$

Η ισχύς που καταναλώνεται σε θερμότητα είναι

$$P_L = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_L = \frac{1}{2} \frac{|V_g|^2 R_L}{(R_{ακτ} + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \quad \text{σε } \text{Watts}$$

Η υπόλοιπη ισχύς καταναλώνεται σε θερμότητα στην εσωτερική αντίσταση της πηγής

$$P_g = \frac{1}{2} \frac{|V_g|^2 R_g}{(R_{ακτ} + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \quad \text{σε } \text{Watts}$$

Το ισοδύναμο κύκλωμα που αναφέρθηκε περιγράφει τη λειτουργία κεραίας εκπομπής που βρίσκεται μόνη στον ελεύθερο χώρο χωρίς να λαμβάνεται υπόψη το ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον τους ή η παρουσία άλλων κεραιών.

Στην πράξη, επιδιώκεται η μεγιστοποίηση της ισχύος που η κεραία λαμβάνει από το κύκλωμα τροφοδότησης. Μέγιστη ισχύς προσφέρεται στη κεραία όταν οι μιγαδικές αντιστάσεις Z_a και Z_g είναι συζυγείς, δηλαδή, $R_{\text{ακτ}} + R_L = R_g$ και $X_a = -X_g$. Στην περίπτωση αυτή έχουμε **συζυγή προσαρμογή** της κεραίας προς το κύκλωμα τροφοδότησης

Στην περίπτωση που η κεραία βρίσκεται σε συζυγή προσαρμογή προς το κύκλωμα τροφοδότησης, η ισχύς που προσφέρεται για ακτινοβολήση είναι

$$P_{\text{ακτ}} = \frac{|V_g|^2}{2} \frac{R_{\text{ακτ}}}{4(R_{\text{ακτ}} + R_L)^2} = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_{\text{ακτ}}}{(R_{\text{ακτ}} + R_L)^2}$$

η ισχύς που καταναλώνεται σε θερμότητα είναι

$$P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_L}{(R_{\text{ακτ}} + R_L)^2}$$

η ισχύς καταναλώνεται σε θερμότητα στην εσωτερική αντίσταση της πηγής

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_g}{(R_{\text{ακτ}} + R_L)^2} = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{1}{R_{\text{ακτ}} + R_L} = \frac{|V_g|^2}{8R_g}$$

Παρατηρούμε ότι $P_g = P_{\text{ακτ}} + P_L$. Η ισχύς που παρέχεται από τη γεννήτρια στην κεραία στην περίπτωση συζυγούς προσαρμογής είναι

$$P_s = \frac{1}{2} V_g I_g^* = \frac{1}{2} V_g \frac{V_g^*}{2(R_{\text{ακτ}} + R_L)} = \frac{|V_g|^2}{4} \frac{1}{R_{\text{ακτ}} + R_L} = \frac{|V_g|^2}{4R_g}$$

Η μισή ισχύς της πηγής P_s καταναλώνεται υπό μορφή θερμικών απωλειών P_g στην εσωτερική της αντίσταση και η υπόλοιπη μισή P_a προσφέρεται στην κεραία.

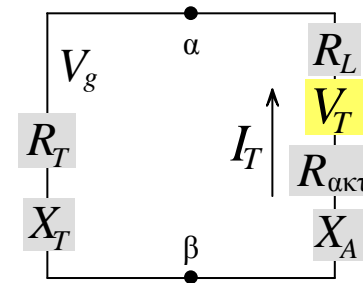
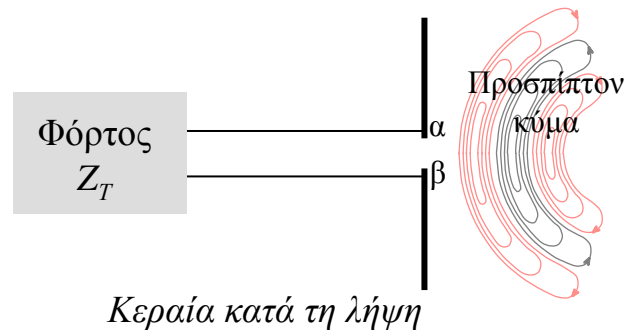
από την ισχύ P_a που προσφέρεται στην κεραία ένα μέρος ακτινοβολείται $P_{\text{ακτ}}$ και το υπόλοιπο χάνεται υπό μορφή θερμικών κυρίως απωλειών P_L . Ο **συντελεστής απόδοσης** της κεραίας είναι ίσος προς

$$n_r = \frac{R_{\text{ακτ}}}{R_{\text{ακτ}} + R_L}$$

Στην πράξη η πηγή συνδέεται με την κεραία μέσω γραμμής μεταφοράς, τότε το Z_g αντιπροσωπεύει την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση της γεννήτριας μεταφερόμενη στους ακροδέκτες εισόδου της κεραίας με τη βοήθεια της εξίσωσης μεταφοράς σύνθετης αντίστασης.

Η λειτουργία της κεραίας κατά τη λήψη

Καθώς το κύμα προσπίπτει στην κεραία, επάγει μία τάση V_T που αποτελεί και την πηγή τάσης για το ισοδύναμο κύκλωμα της κεραίας λήψης.



Σε συνθήκες συζυγούς προσαρμογής ($R_{\alpha\kappa\tau} + R_L = R_T$ και $X_a = -X_T$), οι ισχύεις που αποδίδονται στις $R_{\alpha\kappa\tau}$, R_L και R_T , είναι

$$P_{\alpha\kappa\tau} = \frac{|V_T|^2}{2} \frac{R_{\alpha\kappa\tau}}{4(R_{\alpha\kappa\tau} + R_L)^2} = \frac{|V_T|^2}{8} \frac{R_{\alpha\kappa\tau}}{(R_{\alpha\kappa\tau} + R_L)^2}$$

$$P_L = \frac{|V_T|^2}{8} \frac{R_L}{(R_{\alpha\kappa\tau} + R_L)^2}$$

$$P_T = \frac{|V_T|^2}{8} \frac{R_T}{(R_{\alpha\kappa\tau} + R_L)^2} = \frac{|V_T|^2}{8} \frac{1}{R_{\alpha\kappa\tau} + R_L} = \frac{|V_T|^2}{8R_g}$$

Η ισχύς που επάγεται (συλλέγεται ή συλλαμβάνεται) P_c ονομάζεται **ισχύς συλλογής** και είναι

$$P_c = P_T + P_{\text{ακτ}} + P_L$$

όπου P_T είναι η ισχύς που τελικά παραλαμβάνεται από τη συσκευή του δέκτη, P_L είναι η ισχύς απωλειών της κεραίας λήψης και η ισχύς $P_{\text{ακτ}}$ η οποία επανακτινοβολείται από την κεραία λήψης και λέγεται **σκεδαζόμενη** (*scattered*), ή **επανακτινοβολούμενη** ισχύς.

Η ισχύς P_c είναι

$$P_c = \frac{1}{2} V_T I_T^* = \frac{1}{2} V_T \frac{V_T^*}{2(R_{\text{ακτ}} + R_L)} = \frac{|V_T|^2}{4} \frac{1}{R_{\text{ακτ}} + R_L}$$

Υπό συνθήκες συζυγούς προσαρμογής, το μισό της ολικής ισχύος συλλογής P_c , μεταφέρεται στο φόρτο R_T ενώ το άλλο μισό επανακτινοβολείται από την κεραία μέσω της $R_{\text{ακτ}}$ ή καταναλώνεται ως θερμότητα στην R_L .

Ο μηχανισμός επανεκπομπής, αν και στις περισσότερες περιπτώσεις είναι ανεπιθύμητος αφού οδηγεί σε μείωση της ισχύος P_T , χρησιμεύει για τη δημιουργία στοιχειοκεραιών.

Η *αρχή της αμοιβαιότητας* προβλέπει ότι οι κατευθυντικές ιδιότητες μίας κεραίας όταν χρησιμοποιείται για εκπομπή ταυτίζονται με τις ιδιότητές της όταν χρησιμοποιείται για λήψη. Έτσι κάθε κεραία εμφανίζει την ίδια συνάρτηση κατευθυντικότητας είτε χρησιμοποιείται για εκπομπή είτε χρησιμοποιείται για λήψη, υπό την προϋπόθεση ότι το προσπίπτων έχει την ίδια πόλωση.

Όταν μία κεραία λειτουργεί για λήψη, η ικανότητά της να συλλέξει ηλεκτρομαγνητική ισχύ περιγράφεται από την *ενεργό επιφάνεια* $A_{\text{ενερ}}$.

$$A_{\text{ενερ}} = \frac{P_T}{P_{\text{μέση}}} = \frac{\text{Ισχύς που αποδίδεται στο φόρτο (W)}}{\text{Μέση πυκνότητα ισχύος (W/m}^2\text{)}}$$

Η ενεργός επιφάνεια είναι η επιφάνεια που αν πολλαπλασιαστεί με την προσπίπτουσα πυκνότητα ισχύος, δίνει την ισχύ που αποδίδεται στο φόρτο. Γενικά η έννοια της ενεργού επιφάνειας δεν ταυτίζεται με το φυσικό άνοιγμα της κεραίας.

Η ενεργός επιφάνεια εξαρτάται από τον προσανατολισμό της κεραίας καθώς και από το συσχετισμό της πόλωσης της κεραίας και του προσπίπτοντος κύματος. Η ενεργός επιφάνεια σε συνάρτηση με το στοιχείο του ισοδύναμου κυκλώματος δίνεται από την

$$A_{\text{ενερ}} = \frac{|V_T|^2}{2P_{\text{μέση}}} \frac{R_T}{(R_{\text{ακτ}} + R_L + R_T)^2 + (X_a + X_T)^2}, \text{ σε m}^2$$

Εφόσον υπάρχει συζυγής τερματισμός της κεραίας ως προς το κύκλωμα το οποίο τροφοδοτεί, η ενεργός επιφάνεια λαμβάνει τη μέγιστή της τιμή που ονομάζεται **μέγιστη ενεργός επιφάνεια** $A_{\text{εmax}}$.

$$A_{\text{εmax}} = \frac{|V_T|^2}{8P_{\text{μέση}}} \frac{1}{R_{\text{ακτ}} + R_L}$$

Η **επιφάνεια σκέδασης** (*scattering area*) ορίζεται ως η ισοδύναμη εκείνη επιφάνεια που όταν πολλαπλασιαστεί με την προσπίπτουσα πυκνότητα ισχύος, δίδει την σκεδαζόμενη ή επανακτινοβολούμενη ισχύ. Υπό συνθήκες συζυγούς προσαρμογής είναι

$$A_{\text{scat}} = \frac{|V_T|^2}{8P_{\text{μέση}}} \frac{R_{\text{ακτ}}}{(R_{\text{ακτ}} + R_L)^2}$$

Η **επιφάνεια απωλειών** (*loss area*) ορίζεται ως η ισοδύναμη εκείνη επιφάνεια που όταν πολλαπλασιαστεί με την προσπίπτουσα πυκνότητα ισχύος, δίδει την ισχύ που καταναλώνεται υπό μορφή θερμότητας στην R_L . Υπό συνθήκες συζυγούς προσαρμογής είναι

$$A_L = \frac{|V_T|^2}{8P_{\text{μέση}}} \frac{R_L}{(R_{\text{ακτ}} + R_L)^2}$$

Η **επιφάνεια σύλληψης** (*capture area*) ορίζεται ως η ισοδύναμη εκείνη επιφάνεια που όταν πολλαπλασιαστεί με την προσπίπτουσα πυκνότητα ισχύος, δίδει την ολική συλλεγόμενη ισχύ. Υπό συνθήκες συζυγούς προσαρμογής είναι

$$A_c = \frac{|V_T|^2}{8P_{\text{μέση}}} \frac{R_T + R_{\text{ακτ}} + R_L}{(R_{\text{ακτ}} + R_L)^2}$$

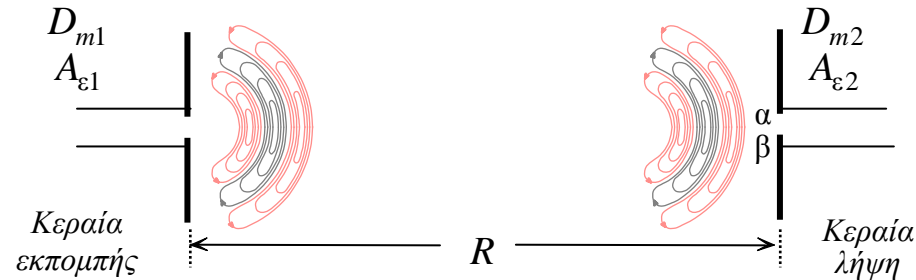
και ισχύει

Επιφάνεια σύλληψης = Ενεργός επιφάνεια + Επιφάνεια σκέδασης + Επιφάνεια απωλειών

Η **απόδοση ανοίγματος** (*aperture efficiency*) μιας κεραίας ορίζεται ως ο λόγος της μέγιστης ενεργού επιφάνειας $A_{\text{εmax}}$ της κεραίας προς τη φυσική της επιφάνεια A , δηλαδή,

$$a_{\text{ap}} = \frac{A_{\text{εmax}}}{A_p} = \frac{\text{Μέγιστη ενεργός επιφάνεια}}{\text{Φυσική επιφάνεια}}$$

Ανάλυση ισολογισμού ισχύος. Μέγιστη κατευθυντικότητα – ενεργός επιφάνεια



Υποθέτουμε ότι μια κεραία εκπομπής ακτινοβολεί ιστροπικά στον ελεύθερο χώρο με ισχύ P_T Watts. Η πυκνότητα ισχύος σε απόσταση R από την κεραία είναι

$$P_0 = \frac{P_T}{4\pi R^2} \frac{\text{Watts}}{\text{m}^2}$$

Εάν η κεραία εκπομπής έχει κατευθυντικότητα προς μία ορισμένη κατεύθυνση, η πυκνότητα ισχύος στην κατεύθυνση αυτή αυξάνει κατά τον παράγοντα κέρδους της κεραίας εκπομπής G_T , έτσι η πυκνότητα ισχύος σε απόσταση R προς την κατεύθυνση αυτή είναι

$$P_t = P_0 D_{m1} = \frac{P_T}{4\pi R^2} D_{m1}$$

Το γινόμενο $P_T G_T$ συνήθως καλείται **ενεργός ιστροπικά ακτινοβολούμενη ισχύς** (*effective isotropically radiated power* – EIRP), η οποία ουσιαστικά είναι η ακτινοβολούμενη ισχύς σχετικά με μία ιστροπική κεραία για την οποία $G_T = 1$.

Μία κεραία λήψης προσανατολισμένη στην κατεύθυνση ακτινοβολίας ισχύος, συλλέγει μέρος της ισχύος, το οποίο είναι ανάλογο του εμβαδού της εγκάρσιας διατομής της. Επομένως, η λαμβανόμενη ισχύς που εξάγεται από την κεραία εκφράζεται ως

$$P_R = A_{\text{ενερ}2} P_t = \frac{P_T}{4\pi R^2} D_{m1} A_{\text{ενερ}2} \quad \text{ή} \quad D_{m1} A_{\text{ενερ}2} = \frac{P_R}{P_T} (4\pi R^2)$$

όπου $A_{\text{ενερ}2}$ είναι η ενεργός επιφάνεια της κεραίας λήψης

Αν το προηγούμενο πείραμα επαναληφθεί αντιστρέφοντας τους ρόλους πομπού και δέκτη, υποθέτοντας ότι το μέσο διάδοσης είναι γραμμικό και ισότροπο έχουμε

$$D_{m2} A_{\text{ενερ}1} = \frac{P_R}{P_T} (4\pi R^2)$$

από τις τελευταίες σχέσεις προκύπτει η θεμελιώδης σχέση

$$\frac{D_{m1}}{A_{\text{ενερ}1}} = \frac{D_{m2}}{A_{\text{ενερ}2}}$$

Μέσω της σχέσης αυτής εκφράζεται η θεμελιώδης ιδιότητα των κεραιών ότι η κατευθυντικότητα μιας κεραίας συνδέεται κατά μονοσήμαντο τρόπο με τη μέγιστη ενεργό επιφάνειά της.

Αποδεικνύεται ότι η κατευθυντικότητα και η ενεργός επιφάνεια ενός διπόλου Hertz δίδονται από τις σχέσεις

$$D_{\max Hertz} = 1,5 \quad A_{\varepsilon \max Hertz} = \frac{3 \lambda^2}{8 \pi}$$

και η ενεργός επιφάνεια ενός ισοτροπικού ακτινοβολητή είναι ίση με

$$A_{\varepsilon \max i} = \frac{\lambda^2}{4 \pi}$$

επομένως, η σχέση αναλογίας μεταξύ κατευθυντικότητας και μέγιστης ενεργού επιφάνειας κάθε κεραίας είναι

$$A_{\varepsilon \max} = \frac{\lambda^2}{4 \pi} D_{\max}$$

Οι ενδεχόμενες απώλειες της κεραίας τροποποιούν την τελευταία σχέση ως

$$A_{\varepsilon \max} = \frac{\lambda^2}{4 \pi} n_r D_{\max} = \frac{\lambda^2}{4 \pi} G_{\max}$$

Οι σχέσεις συσχετίζουν τη μέγιστη ενεργό επιφάνεια με την κατευθυντικότητα ή το κέρδος μιας κεραίας. Αν όμως υπάρχουν απώλειες αναπροσαρμογής και αποπόλωσης, τότε η μέγιστη ενεργός επιφάνεια τροποποιείται ως

$$A_{\varepsilon \max} = \frac{\lambda^2}{4 \pi} e_{cd} (1 - |\rho|^2) D_0 |\mathbf{p}_w \cdot \mathbf{p}_a|^2$$

Επομένως, η λαμβανόμενη ισχύς που εξάγεται από την κεραία εκφράζεται ως

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi R^2} D_{T1} A_{\text{ενερ}2} = \frac{P_T}{4\pi R^2} D_{T1} \frac{D_{R1} \lambda^2}{4\pi}$$

ή

$$P_R = P_T \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 D_{T1} D_{R1} = P_T \frac{D_{T1} D_{R1}}{\mathcal{L}_s}$$

όπου $(4\pi R / \lambda)^2 = \mathcal{L}_s$ είναι η *απώλεια διάδοσης ελεύθερου χώρου*.

Άλλες απώλειες, όπως οι ατμοσφαιρικές, οι οποίες μπορεί να συναντώνται κατά τη μετάδοση του σήματος, λαμβάνονται υπόψη εισάγοντας έναν επιπλέον παράγοντα απωλειών \mathcal{L}_a . Έτσι, η λαμβανόμενη ισχύς μπορεί να εκφραστεί ως

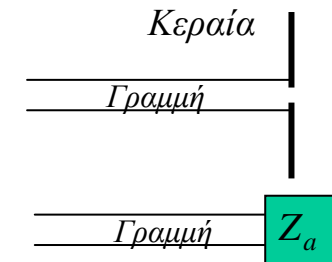
$$P_R = P_T \frac{D_{T1} D_{R1}}{\mathcal{L}_s \mathcal{L}_a}$$

ή, ισοδύναμα,

$$P_R|_{\text{dBw}} = P_T|_{\text{dBw}} + D_T|_{\text{dBw}} + D_R|_{\text{dBw}} - \mathcal{L}_s|_{\text{dBw}} - \mathcal{L}_a|_{\text{dBw}}$$

Ίδια και αμοιβαία σύνθετος αντίσταση

Η κεραία ως στοιχείο κυκλώματος περιγράφεται μέσω της **σύνθετου αντίστασης εισόδου** της, δηλαδή, την σύνθετη αντίσταση την οποία δυνάμεθα να θεωρήσουμε στο τέλος της γραμμής μεταφοράς έτσι ώστε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.



Στην περίπτωση που η κεραία είναι μεμονωμένη στον χώρο και δεν παρουσιάζει θερμικές απώλειες η αντίσταση αυτή ονομάζεται **ίδια σύνθετος αντίσταση** Z_{11}

$$Z_{11} = R_{11} + jX_{11}$$

όπου R_{11} είναι η **ίδια ωμική αντίσταση** και ταυτίζεται με την αντίσταση ακτινοβολίας και X_{11} η **ίδια μη ωμική αντίσταση**.

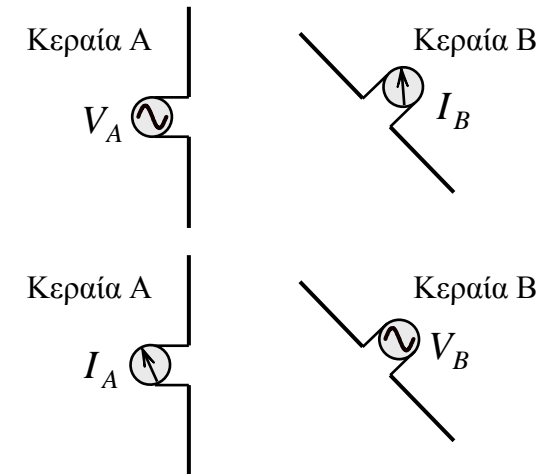
Στην πράξη όμως χρησιμοποιούνται συνήθως συστήματα ακτινοβολίας τα οποία περιέχουν περισσότερες κεραίες οι οποίες τοποθετούνται κατάλληλα έτσι ώστε να επιτυγχάνεται επιθυμητή μορφή διαγράμματος ακτινοβολίας, δηλαδή, μεγάλη ακτινοβολία προς ορισμένη διεύθυνση και κατάργηση της προς άλλας.

Η προσέγγιση κεραίας 2 έχει ως αποτέλεσμα την μεταβολή της σύνθετης αντίστασης εισόδου της κεραίας 1. Η τιμή της νέας αντίστασης εισόδου θα εξαρτάται εκτός από την Z_{11} και από την **αμοιβαία σύνθετη αντίστασης** Z_{12} η οποία προέρχεται από την σύζευξη μεταξύ των δύο κεραίων.

Θεώρημα της αντιστοιχίας

Αν στην είσοδο κεραίας A εφαρμοστεί τάση V_A , τότε η κεραία B , η οποία βρίσκεται σε σύζευξη με την κεραία A , διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα I_B .

Τότε ίσο ρεύμα κατά μέτρο $I_A = I_B$ και φάση θα δημιουργηθεί στην κεραία A αν στην κεραία B εφαρμοσθή τάση $V_A = V_B$.



Άμεσο συμπέρασμα του θεωρήματος είναι ότι το διάγραμμα εκπομπής μιας κεραίας είναι το ίδιο με το διάγραμμα λήψης της.

Η ανηγμένη σύνθετος αντίσταση Z_{AB} είναι ίση

$$Z_{AB} = \frac{\text{η ΗΕΔ η οποία εφαρμόζεται στην κεραία } A}{\text{η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την κεραία } B} = \frac{V_A}{I_B}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα της αντιστοιχίας όταν $V_B = V_A$ είναι $I_B = I_A$ έπεται ότι

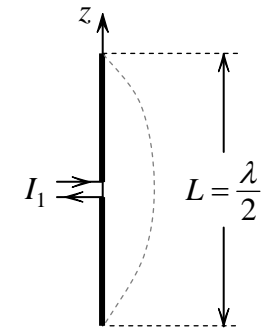
$$Z_{AB} = Z_{BA} \quad \text{και} \quad \frac{V_A}{I_B} = \frac{V_B}{I_A}$$

Ίδια σύνθετη αντίσταση λεπτής γραμμικής κεραίας

Δίπολο $\lambda/2$ τροφοδοτείται από διπλή γραμμή στο μέσο του. Θεωρούμε ότι η κεραία είναι μεμονωμένη και δεν παρουσιάζει απώλειες. Η κεραία τροφοδοτείται από τάση V_{11} και διαρρέεται από ρεύμα I_1 .

Αποδεικνύεται ότι η ίδια σύνθετος αντίσταση της κεραίας είναι

$$Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} = R_{11} + jX_{11} = 73 + j42,5 \Omega$$

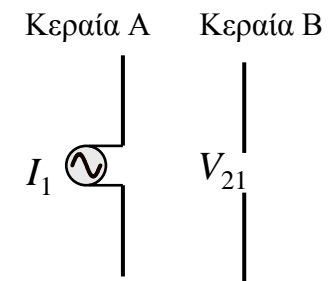


Κεραία $\lambda/2$ τροφοδοτούμενη στο κέντρο

Αμοιβαία σύνθετη αντίσταση μεταξύ κεραιών

Για δύο κεραιές που βρίσκονται σε σύζευξη ορίζεται η αμοιβαία σύνθετος αντίσταση

$$Z_{AB} = - \frac{\text{η επαγωγική τάση στα άκρα της κεραίας 2}}{\text{η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την κεραία 1}} = - \frac{V_{21}}{I_1}$$



Η αντίσταση εισόδου Z_1 μιας κεραίας η οποία διαρρέεται από ρεύμα ένστασης I_1 , όταν πλησίον αυτής υπάρχει κεραία 2 η οποία διαρρέεται από ρεύμα $I_2 = aI_1 \angle \delta$ βρίσκεται ως

Αν V_1 είναι η εφαρμοζόμενη τάση στην κεραία 1 και V_{12} είναι η τάση από επαγωγή στην κεραία 1 λόγω του ρεύματος που διαρρέει την 2 με εφαρμογή του δεύτερου κανόνα του Kirchhoff έχουμε διαδοχικά

$$V_1 + V_{12} = I_1 \cdot Z_{11} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{V_{12} = -I_2 \cdot Z_{12}} \\ \xrightarrow{I_2 = aI_1 \angle \delta} \end{array} \quad \begin{array}{l} V_1 = I_1 \cdot Z_{11} + I_2 \cdot Z_{12} \\ V_1 = I_1 \cdot Z_{11} + aI_1 \angle \delta \cdot Z_{12} \end{array}$$

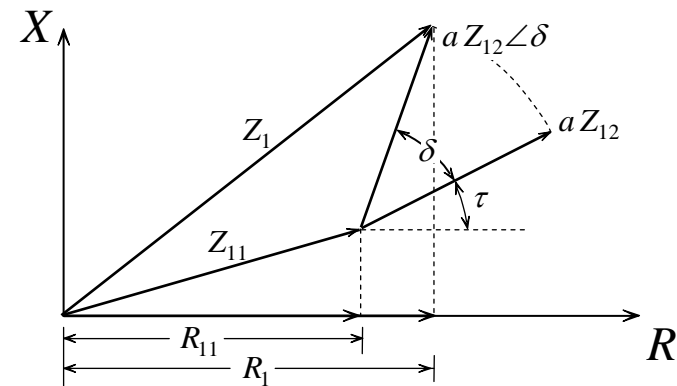
Η αντίσταση εισόδου είναι

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + aZ_{12} \angle \delta$$

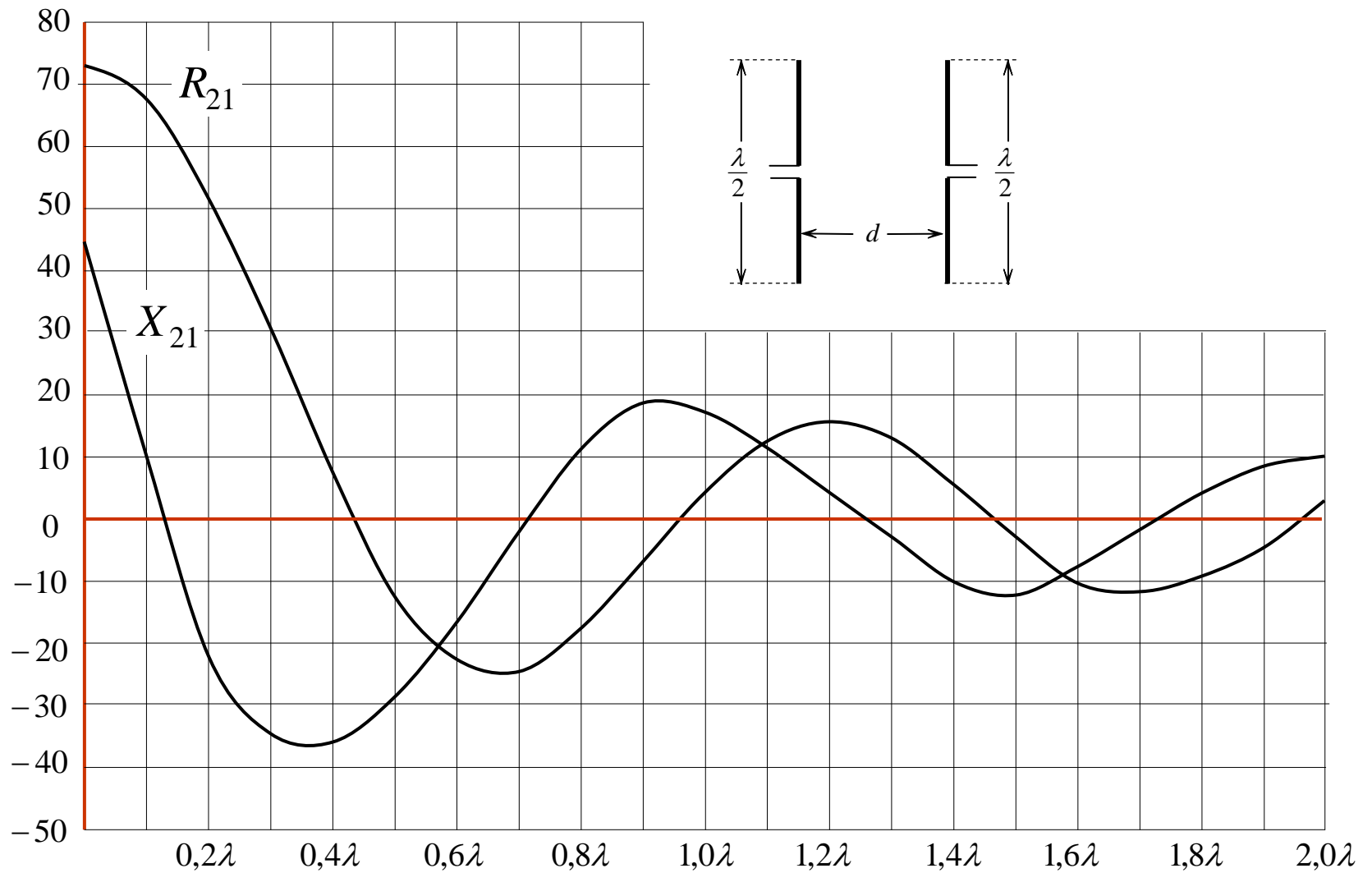
Για το ωμικό μέρος, δηλαδή, για την αντίσταση ακτινοβολία της κεραίας 1 έχουμε

$$R_1 = R_{11} + a|Z_{12}| \cos(\tau + \delta)$$

όπου τ είναι το όρισμα της Z_{12} .



Διανυσματικό διάγραμμα σύνθετων αντιστάσεων



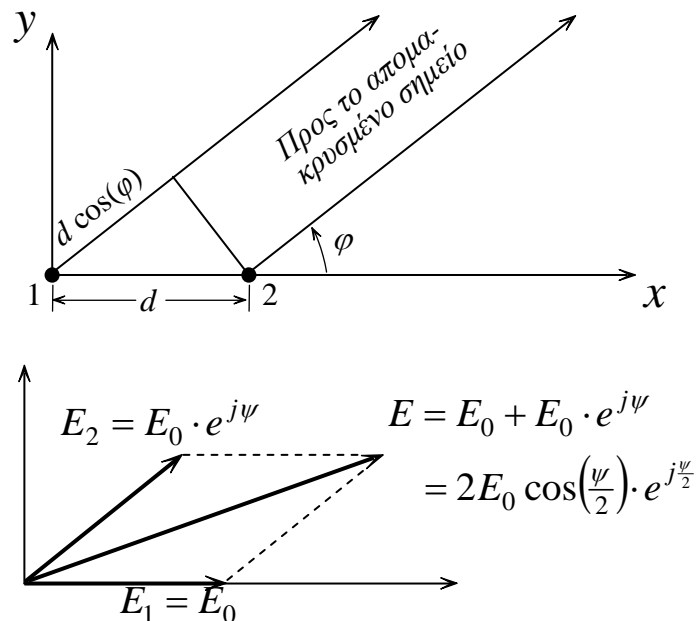
Καμπύλες της αμοιβαίας ωμικής αντίστασης R_{12} και της μη ωμικής αντίστασης X_{21} δύο παραλλήλων διπόλων $\lambda/2$ συναρτήσει της μεταξύ τους απόστασης d .

Διαγράμματα ακτινοβολίας διατάξεων σημειακών πηγών

Θα μελετήσουμε τα διαγράμματα ακτινοβολίας διατάξεων με περισσότερες από μία πηγές.

Διατάξεις από δύο σημειακών ισότροπων πηγών

α) Οι πηγές έχουν το ίδιο πλάτος

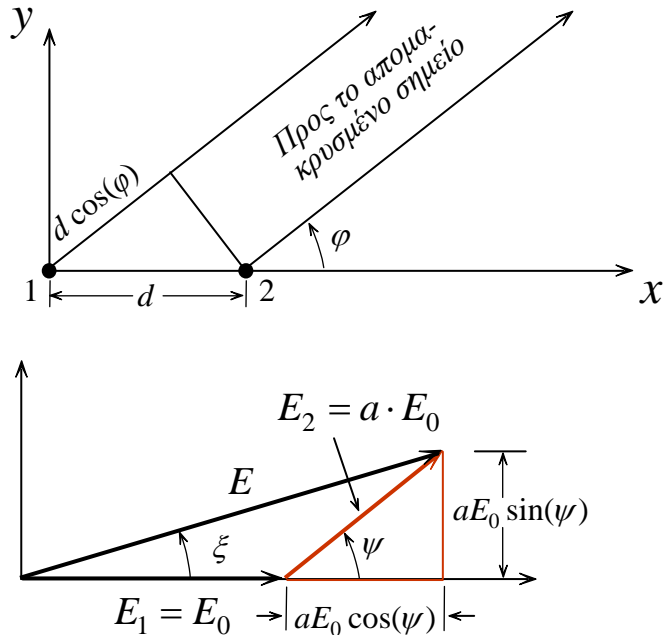


Σε μία απομακρυσμένη απόσταση κατά τη διεύθυνση φ , το πεδίο από την πηγή 2 διαφέρει φασικώς από το πεδίο από την 1, αφενός λόγω διαφοράς δρόμου, κατά την γωνία $d_r \cos(\varphi)$, (όπου d_r είναι η απόσταση d εκφρασμένη σε ακτίνια, δηλαδή, $d_r = 2\pi d/\lambda$) αφετέρου λόγω διαφοράς φάσεως των τάσεων τροφοδοσίας των πηγών κατά γωνία δ .

Η διαφορά φάσης του πεδίου από την πηγή 1 ως προς το πεδίο από την πηγή 2 θα είναι

$$\psi = d_r \cos(\varphi) + \delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\varphi) + \delta$$

β) Οι πηγές έχουν διαφορετικό πλάτος



Υποθέτουμε ότι η ένταση του πεδίου από την πηγή 1 έχει μεγαλύτερο πλάτος από την ένταση του πεδίου από την πηγή 2. Αν η ένταση του πεδίου από την πηγή 1 είναι $E_1 = E_0$ τότε η ένταση του πεδίου από την πηγή 2 θα είναι $E_2 = aE_1$ όπου $0 < a < 1$.

Το πάτος και η φάση της ολικής έντασης του πεδίου ως προς σημείο αναφοράς την πηγή 1 είναι

$$E = E_0 \sqrt{(1 + a \cos(\psi))^2 + a^2 \sin^2(\psi)} \quad \angle \xi$$

ή τελικά

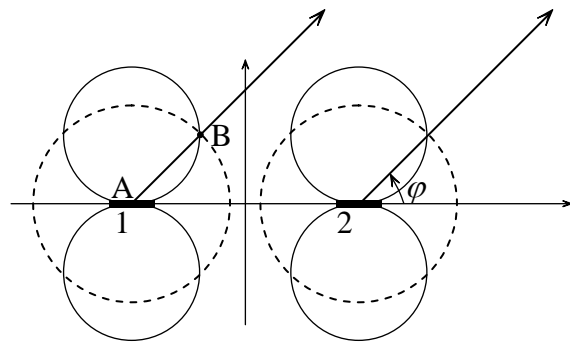
$$E = E_0 \sqrt{1 + a^2 + 2a \cos(\psi)} \quad \angle \tan^{-1} \frac{a \sin(\psi)}{1 + a \cos(\psi)}$$

όπου $\psi = d_r \cos(\varphi) + \delta$

Διατάξεις από δύο σημειακών μη ισότροπων πηγών αλλά αναλόγων σημειακών πηγών – Αρχή του πολλαπλασιασμού των διαγραμμάτων

Ο όρος ανάλογος χρησιμοποιείται για να δηλώσει ότι τα διαγράμματα ακτινοβολίας των δύο κεραιών είναι ίδια και ότι έχουν τον ίδιο προσανατολισμό.

Οι δύο μη ισοτροπικές σημειακές πηγές του σχήματος έχουν το ίδιο διάγραμμα έντασης πεδίου $E_{\mu 0} = E'_0 \sin(\varphi)$



Είναι δυνατό στην περίπτωση αυτή να θεωρήσουμε ότι η ένταση του πεδίου σε ένα σημείο μακριά από τις πηγές κατά την διεύθυνση φ έχει την ίδια ένταση με αυτό που δημιουργείται από δύο ισότροπες πηγές που η κάθε μία δημιουργεί στο σημείο πεδίο με ένταση ίση με μέτρο AB, δηλαδή, $E_0 = (AB) = E'_0 \sin(\varphi)$

$$E = 2E_0 \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot e^{j\frac{\psi}{2}} = 2E_0 \sin(\varphi) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot e^{j\frac{\psi}{2}}$$

όπου $\psi = d_r \cos(\varphi) + \delta$. Το ίδιο θα ισχύει και για κάθε άλλη διεύθυνση.

Η ένταση βρίσκεται αν πολλαπλασιάσουμε το διάγραμμα πεδίου της μίας πηγής επί το διάγραμμα πεδίου συστήματος δύο ισοτροπικών πηγών με ίδιο πλάτος και φάση που βρίσκονται στις θέσεις των μη ισότροπων πηγών.

Αρχή πολλαπλασιασμού των διαγραμμάτων

Το διάγραμμα εντάσεως πεδίου μιας διάταξης ανισοτρόπων αλλά αναλόγων σημειακών πηγών είναι γινόμενο του διαγράμματος της μίας μόνο πηγής, επί το διάγραμμα μιας διάταξης ισοτροπικών πηγών που έχουν την ίδια τοποθέτηση με τις ανισότροπες σημειακές πηγές και την ίδια σχέση πλάτους και φάσης

$$E = f(\theta, \phi)F(\theta, \phi) \quad \angle \quad f_p(\theta, \phi) + F_p(\theta, \phi)$$

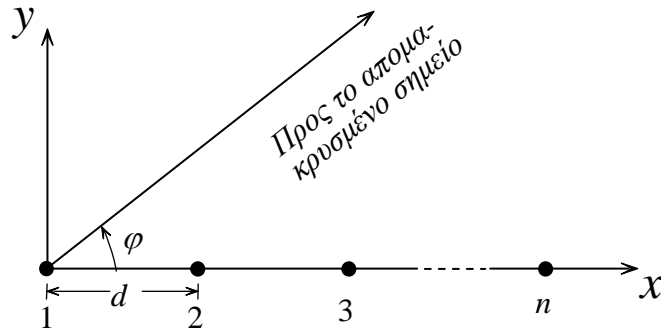
Διάγραμμα
πεδίου

Διάγραμμα
φάσεως

όπου $f(\theta, \phi)$ είναι το διάγραμμα πεδίου, της κάθε μιας από τις ανισότροπες πηγές
 $f_p(\theta, \phi)$ είναι το διάγραμμα φάσεως, της κάθε μιας από τις ανισότροπες πηγές

και $F(\theta, \phi)$ είναι το διάγραμμα πεδίου, της διάταξης των ισότροπων σημειακών πηγών
 $F_p(\theta, \phi)$ είναι το διάγραμμα φάσεως, της διάταξης των ισότροπων σημειακών πηγών

Ευθύγραμμος στοιχειοσειρά από n σημειακές πηγές με το ίδιο πλάτος



Θεωρούμε ότι το κοινό πλάτος είναι $E = 1$. Το ολικό πεδίο στο απομακρυσμένο σημείο κατά τη διεύθυνση φ θα είναι το άθροισμα των επί μέρους πεδίων, δηλαδή,

$$E = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + e^{j3\psi} + \dots + e^{j(n-1)\psi}$$

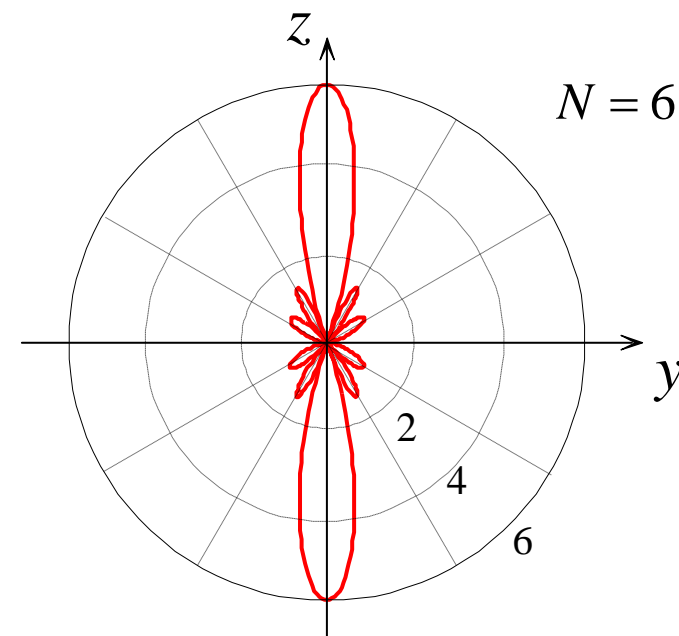
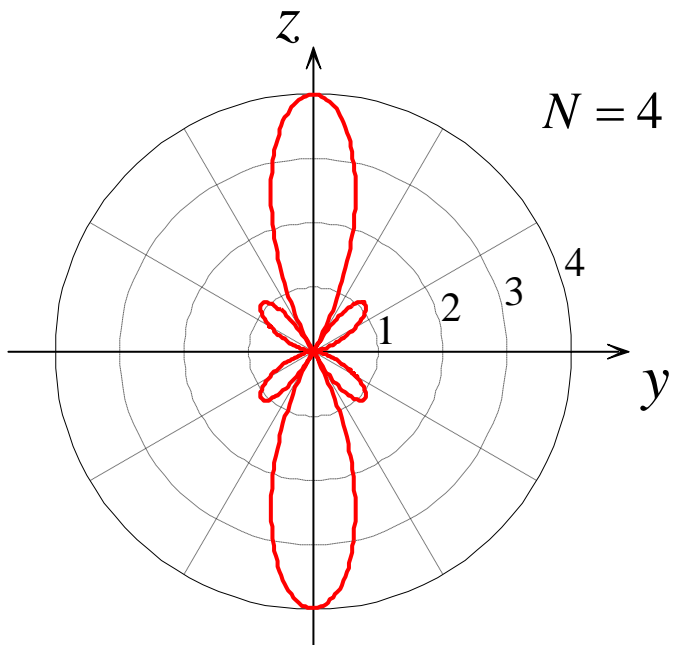
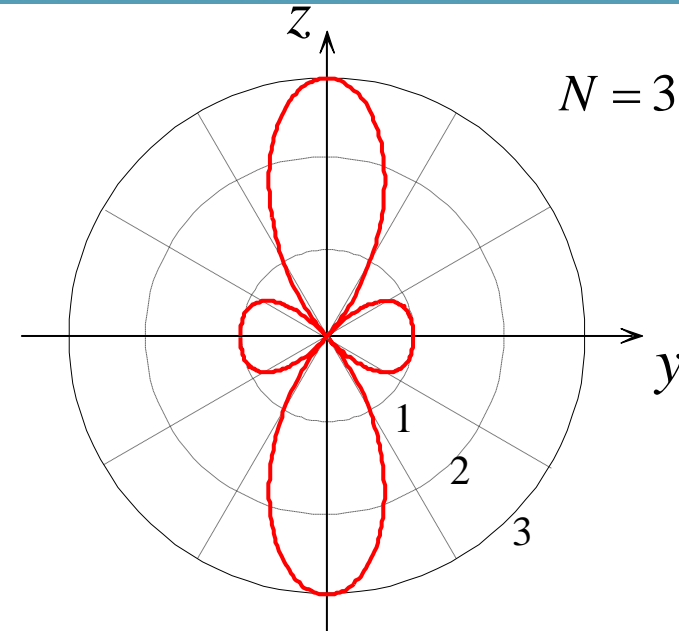
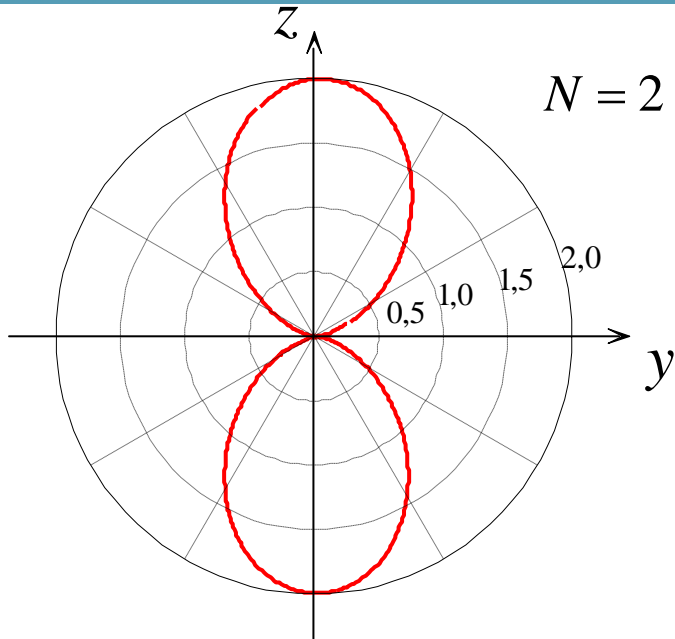
όπου ψ είναι η ολική διαφορά φάσης των πεδίων από δύο διαδοχικές πηγές και κατά τη διεύθυνση φ , δηλαδή, $\psi = d_r \cos(\varphi) + \delta$. Επίσης σημειώνεται ότι η πηγή 1 έχει θεωρηθεί ως πηγή αναφοράς των φάσεων.

Η ένταση του ολικού πεδίου είναι ίση με το άθροισμα n όρων γεωμετρικής προόδου είναι λοιπόν ίση με

$$E = \frac{1 - e^{jn\psi}}{1 - e^{j\psi}}$$

η οποία γράφεται ως

$$E = \frac{e^{jn\frac{\psi}{2}} e^{-jn\frac{\psi}{2}} - e^{jn\frac{\psi}{2}}}{e^{j\frac{\psi}{2}} e^{-j\frac{\psi}{2}} + e^{j\frac{\psi}{2}}} = \frac{\sin\left(\frac{n\psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} e^{j(n-1)\frac{\psi}{2}}$$

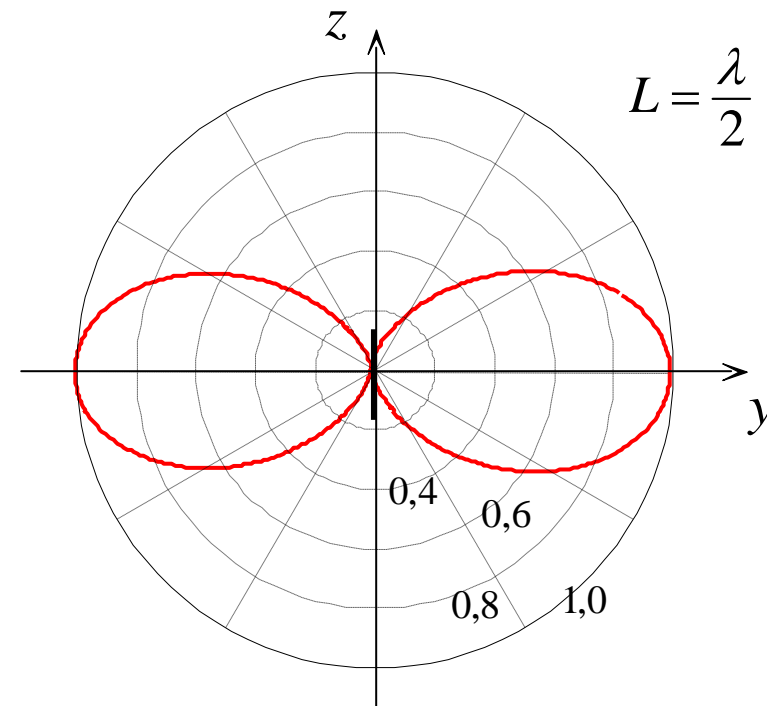
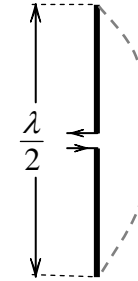


Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας διπόλου Hertz

Η ένταση ακτινοβολίας του διπόλου είναι

$$U(\theta) = r^2 P(r, \theta) = \frac{nk^2 I^2 L^2}{32 \pi^2} \sin^2(\theta)$$

Το δίπολο εκπέμπει ομοιοκατευθυντικά ως προς την γωνία φ . Το μέγιστο της ακτινοβολίας παρατηρείται για $\theta = 90^\circ$, ενώ για γωνίες 0° και 180° παρατηρείται μηδενική ένταση ακτινοβολίας.



Κατακόρυφο διάγραμμα της έντασης ακτινοβολίας της κεραίας Hertz.

Η συνολική ισχύς που ακτινοβολεί το δίπολο είναι

$$P_{\text{ακτ}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi U(\theta) \sin(\theta) d\theta = 40 \pi^2 I^2 \frac{L^2}{\lambda^2}$$

Η αντίσταση ακτινοβολίας του διπόλου είναι

$$R_{\text{ακτ}} = \frac{P_{\text{ακτ}}}{(I/\sqrt{2})^2} = 80 \pi^2 \frac{L^2}{\lambda^2}$$

Η συνάρτηση κατευθυντικού κέρδους του διπόλου είναι

$$D_g(\theta) = 4\pi \frac{U(\theta)}{P_{\text{ακτ}}} = \frac{3}{2} \sin^2(\theta)$$

Η κατευθυντικότητα του διπόλου είναι

$$D_{\text{max}} = \frac{3}{2} = 1,5 \approx 1,76 \text{ dB}$$

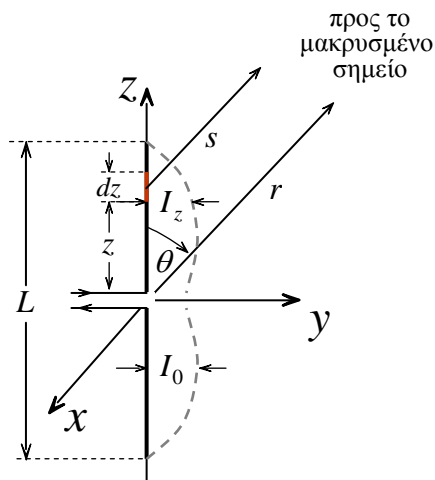
Η μέγιστη ενεργός επιφάνεια του διπόλου είναι

$$A_{\varepsilon \text{max}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_{\text{max}} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$$

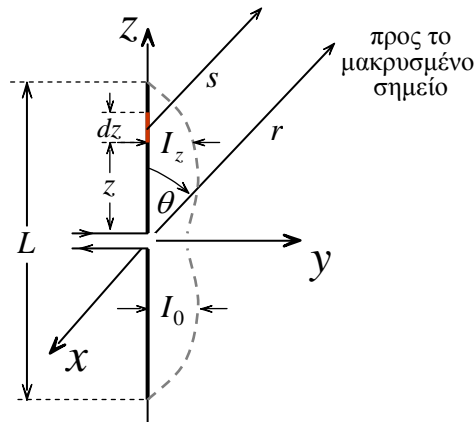
Γραμμική κεραία μεγάλου μήκους

Το δίπολο Hertz αποτελεί κεραία που χρησιμοποιείται σε χαμηλές κυρίως συχνότητες. Επειδή όμως έχει πολύ μικρή αντίσταση ακτινοβολίας χρειάζεται να τροφοδοτείται από πολύ μεγάλες τιμές έντασης ρεύματος για να ακτινοβολεί. Για το λόγο αυτό στις περισσότερες εφαρμογές οι χρησιμοποιούμενες γραμμικές κεραιές έχουν μήκη συγκρίσιμα με το μήκος κύματος ($\lambda/2$, $3\lambda/4$, κλπ).

Λεπτή ευθύγραμμη κεραία με μήκος L τροφοδοτείται στη μέση της από διπλή γραμμή, η κατανομή του ρεύματος φαίνεται στο σχήμα. Η κεραία βρίσκεται στο κέντρο του συστήματος συντεταγμένων.



Προκειμένου να περιγράψουμε τον τρόπο ακτινοβολίας της κεραίας, θεωρούμε το πεδίο που δημιουργείται σε μακρυσμένο σημείο (r, θ, ϕ) του χώρου από το στοιχειώδες τμήμα dz της κεραίας και στη συνέχεια με ολοκλήρωση σε όλη την κεραία βρίσκουμε την ένταση.



Η στιγμιαία ένταση του ρεύματος στο στοιχειώδες τμήμα dz με αναγωγή στο σημείο παρατήρησης Σ είναι

$$i(t) = I_z e^{j\omega\left(t - \frac{s}{c}\right)}$$

Όπου I_z είναι το πλάτος του ρεύματος στο τμήμα dz . Δεχόμενοι ότι ένταση του ρεύματος που διαρρέει την κεραία έχει ημιτονοειδή κατανομή έχουμε

$$I = I_0 \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{L}{2} \pm z\right)\right]$$

Αποδεικνύεται ότι η ένταση E_θ στο σημείο παρατήρησης Σ δίδεται από τη

$$E_\theta = nH_\phi = \frac{jnI_m}{2\pi r} \frac{\cos[(k_0 L \cos(\theta))/2] - \cos(k_0 L/2)}{\sin(\theta)} e^{-jk_0 r}$$

Στη μακρινή περιοχή το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετα μεταξύ τους και επιπλέον είναι κάθετα στην κατεύθυνση μετάδοσης της ενέργειας, όπως και στην περίπτωση του βραχέος δίπολου. Επιπλέον το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο είναι σε φάση και ο λόγος τους ισούται με την αντίσταση κενού χώρου $n = 120\pi \text{ Ohms}$.

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας

Το διάνυσμα Poynting για τη γραμμική κεραία μεγάλου μήκους προκύπτει από την

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \Re e[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*] + \frac{1}{2} \Re e[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r}) e^{j2\omega t}]$$

και είναι

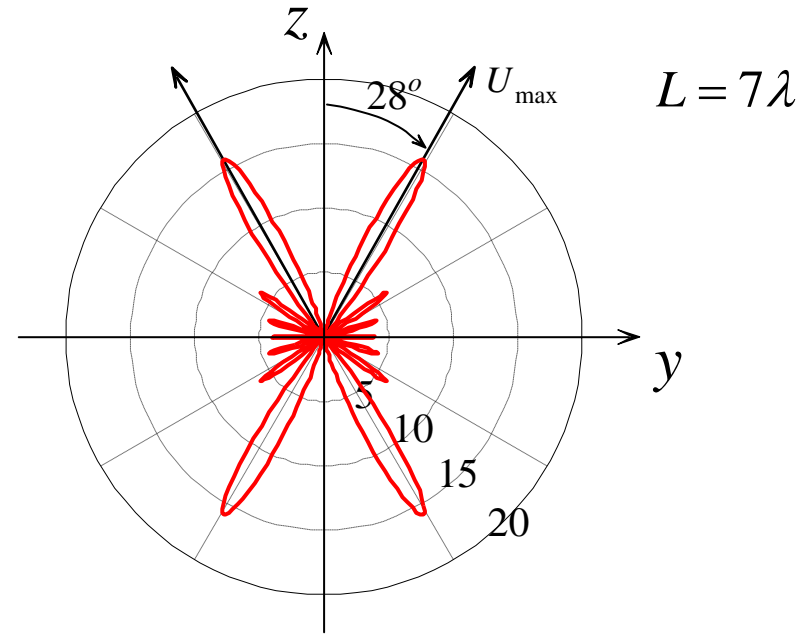
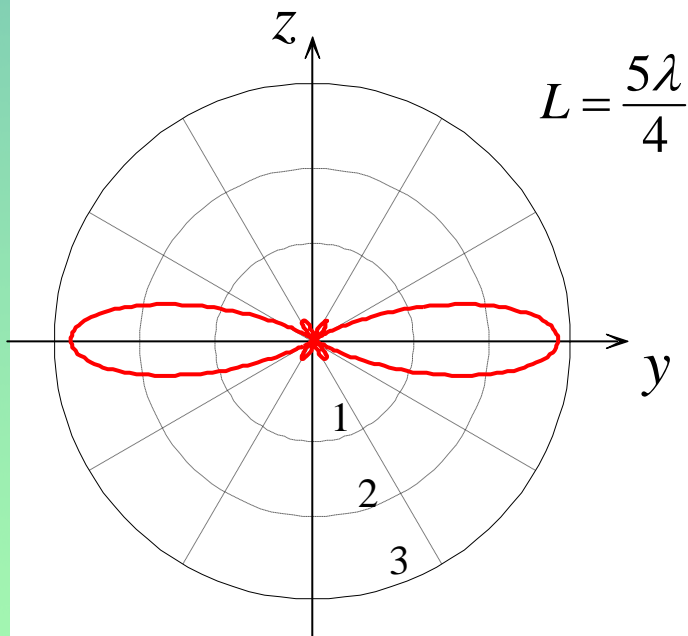
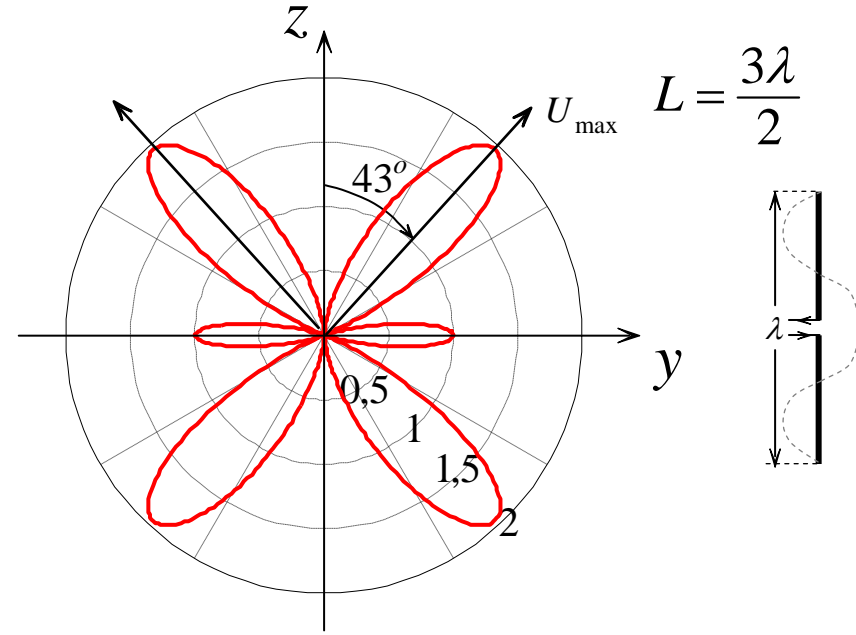
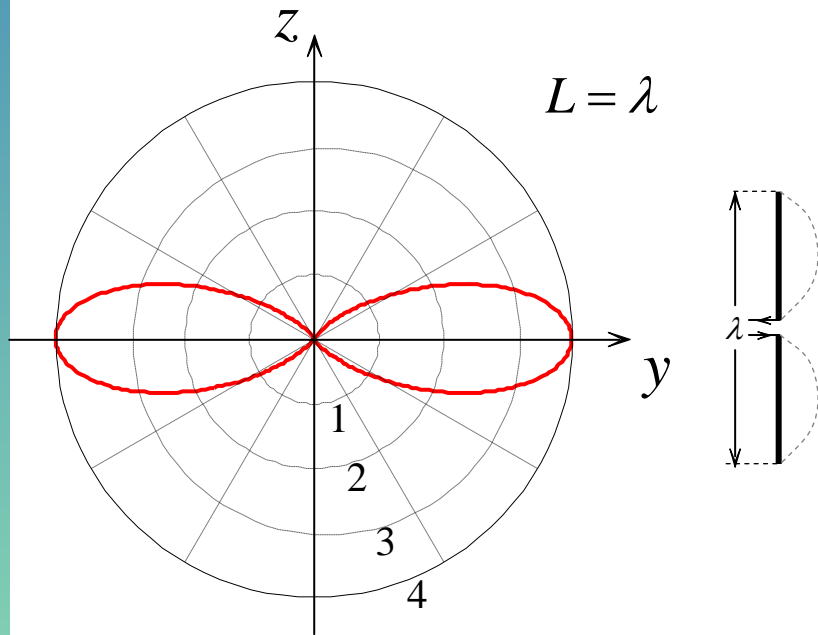
$$P_r = |P_{\text{μέση}}(r)| = \frac{nI_m^2}{8\pi^2 r^2} \left(\frac{\cos[(k_0 L \cos(\theta)/2)] - \cos(k_0 L/2)}{\sin(\theta)} \right)^2$$

η ένταση ακτινοβολίας είναι

$$U(\theta) = r^2 P_r(r, \theta) = \frac{nI_m^2}{8\pi^2} \left(\frac{\cos[(k_0 L \cos(\theta)/2)] - \cos(k_0 L/2)}{\sin(\theta)} \right)^2$$

η ισχύς ακτινοβολίας της γραμμικής κεραίας είναι

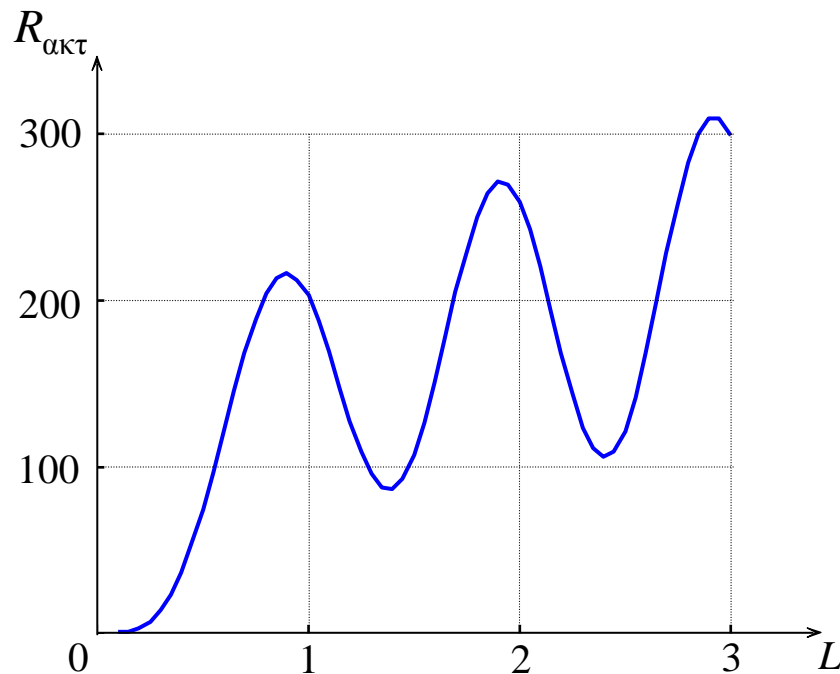
$$P_{\text{ακτ}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi U(\theta) \sin(\theta) d\theta = \frac{nI_m^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\cos[(k_0 L \cos(\theta)/2)] - \cos(k_0 L/2)}{\sin(\theta)} d\theta$$



Αντίσταση ακτινοβολίας, κατευθυντικότητα και κέρδος γραμμικής κεραίας

Για το ορισμό της αντίστασης ακτινοβολίας, χρησιμοποιείται η μέγιστη τιμή της ρευματικής κατανομής I_m , ανεξάρτητα από το σημείο στο οποίο υφίσταται, έτσι

$$R_{\text{ακτ}} = \frac{2P_{\text{ακτ}}}{I_m^2} = \frac{n}{2\pi} \int_0^\pi \frac{[\cos((k_0 L \cos(\theta)/2)) - \cos(k_0 L/2)]^2}{\sin(\theta)} d\theta$$



Η γραφική παράσταση της αντίστασης ακτινοβολίας σε συνάρτηση με το μήκος του δίπολου σε μήκη κύματος.

Το κατευθυντικό κέρδος υπολογίζεται από την ένταση ακτινοβολίας και την ισχύ ακτινοβολίας ως

$$D_g(\theta) = 4\pi \frac{U(\theta)}{P_{\text{ακτ}}} = \frac{\frac{nI_m^2}{2\pi} \left[\frac{\cos((k_0 L \cos(\theta)/2)) - \cos(k_0 L/2)}{\sin(\theta)} \right]^2}{\frac{nI_m^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{[\cos((k_0 L \cos(\theta)/2)) - \cos(k_0 L/2)]^2}{\sin(\theta)} d\theta}$$

Η κατευθυντικότητα D_m γραμμικής κεραίας αυθαίρετου μήκους προκύπτει ως η τιμή του κατευθυντικού κέρδους κατά την διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας, δηλαδή

$$D_m = D_g(\theta)|_{\text{max}}$$

και η μέγιστη ενεργός επιφάνεια είναι

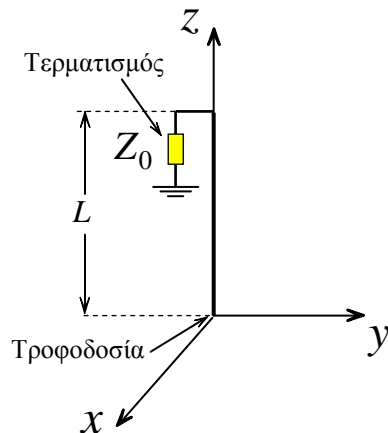
$$A_{e \text{ max}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_m$$

Κεραίες οδεύοντος κύματος

Μελετήθηκε η ακτινοβολία από γραμμικές κεραίες με ημιτονοειδή χωρική κατανομή ρεύματος που αντιστοιχεί σε στάσιμο κύμα το οποίο ως γνωστό αποτελεί υπέρθεση δύο οδευόντων κατά αντίθετες κατευθύνσεις κυμάτων του ίδιου πλάτους.

Όταν η κατανομή του ρεύματος στην γραμμική κεραία είναι ένα οδεύον κύμα σταθερού πλάτους και φάσης που μεταβάλλεται γραμμικά με την απόσταση από το σημείο τροφοδότησης της κεραίας, η γραμμική κεραία ονομάζεται **κεραία οδεύοντος κύματος**.

Η κεραία οδεύοντος κύματος είναι κεραία σύρματος που τερματίζεται στη χαρακτηριστική της αντίσταση.

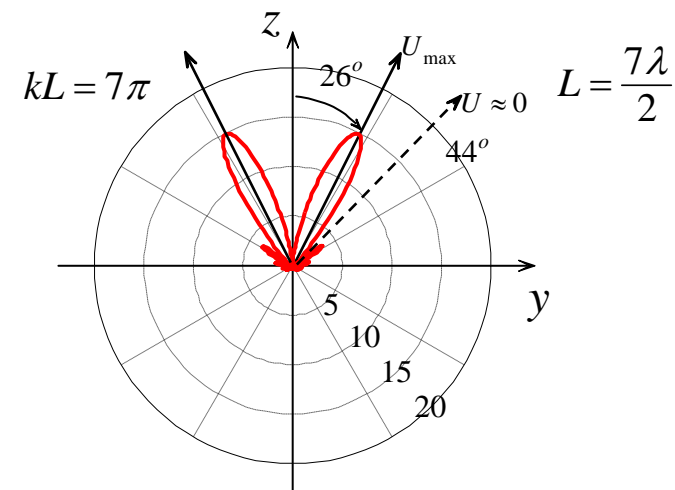
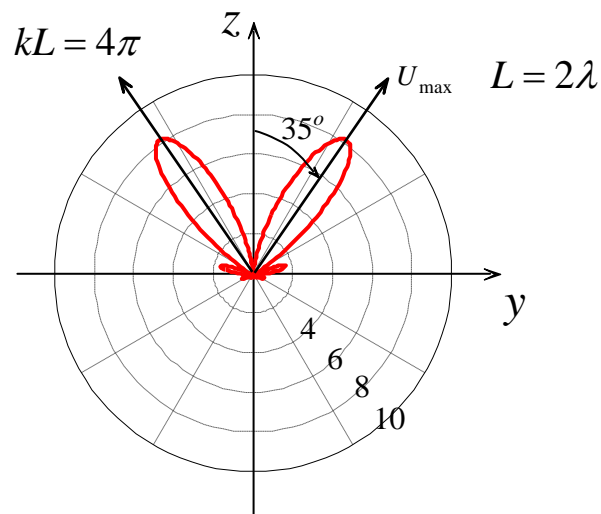
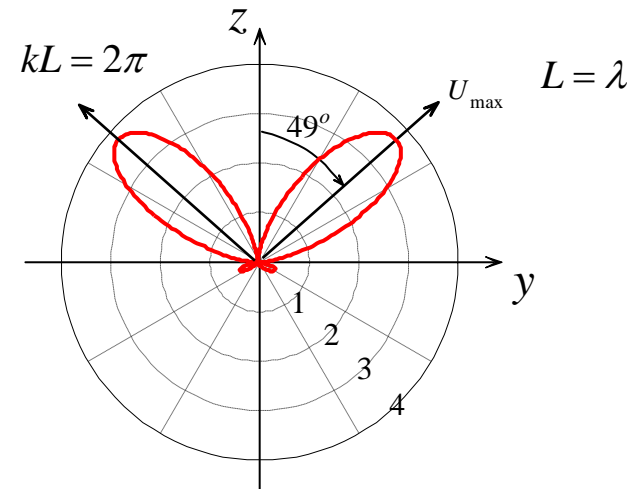
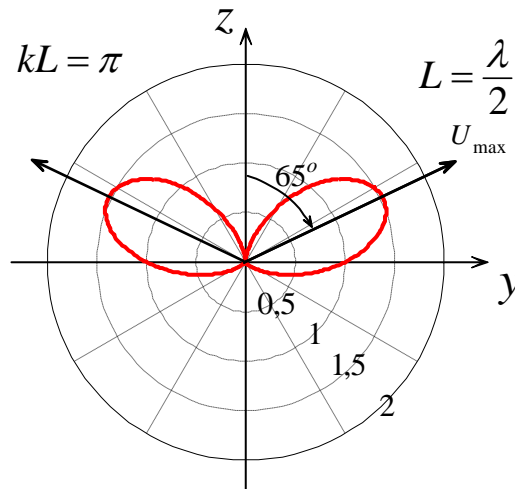


Αν I είναι η ένταση του ρεύματος στο σημείο τροφοδότησης ο φασιθέτης του ρεύματος κατά μήκος της είναι $I(z) = I e^{-jkz}$.

Οι απώλειες της γραμμής θεωρούνται αμελητέες και η ταχύτητα φάσης του κύματος ρεύματος είναι $(\mu\epsilon)^{-1/2}$.

Η ένταση ακτινοβολίας της κεραίας αποδεικνύεται ότι είναι

$$U(\theta) = I^2 \frac{15}{\pi} \frac{\sin^2 [kL \sin^2(\theta/2)] \cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)}$$



Κεραίες οδεύοντος κύματος 1-80

Η ισχύς ακτινοβολίας της κεραίας αποδεικνύεται ότι είναι

$$P_{\text{ακτ}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi U(\theta) \sin(\theta) d\theta = 30I^2 \int_0^\pi \frac{\sin^2[kL \sin^2(\theta/2)] \cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} \sin(\theta) d\theta$$

Για τον υπολογισμό της αντίστασης ακτινοβολίας λαμβάνεται υπόψη η μέγιστη τιμή της ρευματικής κατανομής I στο σημείο τροφοδότησής της και είναι

$$R_{\text{ακτ}} = \frac{2P_{\text{ακτ}}}{I^2} = 60 \int_0^\pi \frac{\sin^2[kL \sin^2(\theta/2)] \cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} \sin(\theta) d\theta$$

Το κατευθυντικό κέρδος υπολογίζεται από την ένταση ακτινοβολίας και την ισχύ ακτινοβολίας ως

$$D_g(\theta) = 4\pi \frac{U(\theta)}{P_{\text{ακτ}}}$$

Η κατευθυντικότητα D_m γραμμικής κεραίας αυθαίρετου μήκους προκύπτει ως η τιμή του κατευθυντικού κέρδους κατά την διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας, δηλαδή

$$D_m = D_g(\theta)|_{\text{max}}$$

και η μέγιστη ενεργός επιφάνεια είναι

$$A_{e \text{ max}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_m$$

Η αντίσταση ακτινοβολίας αυξάνει βραδέως καθώς αυξάνεται η συχνότητα (και συνεπώς ο όρος kL), ιδίως στην περιοχή $kL > 2\pi$. Το γεγονός αυτό προσδίδει στις κεραιές οδεύοντος κύματος αξιοσημείωτες ιδιότητες ευρείας ζώνης.

Ο συνδυασμός δύο ή περισσότερων κεραιών οδεύοντος κύματος οδηγεί σε διατάξεις με μεγαλύτερη κατευθυντικότητα. Οι συνηθέστερες διατάξεις αυτού του τύπου είναι η κεραιά V και η ρομβική κεραιά.

